

الجمهورية الديمقراطية الشعبية الجزائرية

République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'Enseignement Supérieur  
et de la Recherche Scientifique  
Ecole Supérieure des Sciences Appliquées  
d'Alger



وزارة التعليم العالي والبحث العلمي  
المدرسة العليا في العلوم التطبيقية بالجزائر

Département du second cycle

**Mémoire de Fin d'Etudes**

En vue de l'obtention du diplôme de MASTER

Filière : Génie des Procédés

Spécialité : Procédés Organiques

**Thème :**

**Etat de l'art sur les fluides à seuil**

Présenté par : MENAM Amina

Encadré (e) par : BERKACHE Kamel  
Co-encadré(e) par : KHELFALLAH Mohamed

Soutenu le : 18/07/2021

Devant le jury composé de :

M. BOUTRA Abdelkader.....Président

M. BERKACHE Kamel.....Encadreur

M. KHELIFI Mohamed Zaim .....Examinateur

Binôme N° : 14PO/Master / 2021

## *Dédicace*

*Du profond de mon cœur, je dédie ce travail à tous ceux qui sont chers,*

### *A MA CHÈRE MÈRE*

*Je profite de la présente occasion pour vous remercier pour tout le soutien, les sacrifices que vous avez consenti et l'amour que vous m'accordez. Que Dieu le tout puissant vous comble de santé, de bonheur et vous prouve une longue vie pleine de joie.*

### *A L'ÂME DE MON PÈRE*

*Ce travail est dédié à mon père, décédé trop tôt, qui m'a toujours poussé et motivé dans mes études, Puisse Dieu vous avoir en sa sainte miséricorde et que ce travail soit une prière pour votre âme.*

*Mes adorables sœurs : ANISSA, WAHIBA, CHAHRA*

*Mes chers frères : SAMI, FARID, MOHAMED LAMINE*

*Je vous souhaite beaucoup de succès, de prospérité et une vie pleine de joie et de bonheur.*

*A mes sources de bonheurs et de joies : JOURI, BATOUL, RASSIL, que dieu les protèges.*

*A HAYETTE, chère copine et cousine avant d'être binôme.*

*A ma grand-mère maternelle.*

*Toute ma famille.*

*A tous meilleurs amis.*

## REMERCIEMENTS

*Nos remerciements sont indispensables parce que pour arriver au jour de soutenance, nous sommes passés par un trajet scientifique qui n'était pas de tout facile et est impossible à achever sans les aides des personnes qui ont été impliquées de près ou de loin dans l'accomplissement de ce travail.*

*Avant toute personne, nous remercions Dieu de nous avoir donné la santé, le courage, la patience et la volonté pour réaliser ce travail avec succès.*

*Ce travail ne serait pas aussi riche et n'aurait pas pu avoir le jour sans l'aide et l'encadrement de **Mr. BERKACHE Kamel**, nous le remercions pour la qualité de son encadrement exceptionnel, pour sa patience, et sa disponibilité durant notre préparation de ce mémoire. Merci également à **Mr KHÉLFAH Mohamed**, d'avoir accepté de nous Co-encadrer avec **Mr. BERKACHE**, le travail avec lui était fructueux dans le sens du développement des études bibliographiques sur les fluides à seuil.*

*Nous sommes très reconnaissantes envers **Mr. BOUTRA Abdelkader**, Maître de Conférences à l'ESSAA, qui nous a fait l'honneur de présider le jury de mémoire. Nous remercions **Mr. KHÉLIFI Mohamed Zaïm** pour nous avoir fait l'honneur de participer à notre jury de mémoire et qui a bien voulu juger de la qualité de notre travail en tant qu'examineur.*

*Nos remerciements s'adressent également à tous nos professeurs de l'École Supérieure des Sciences Appliquées d'Alger qui nous ont fourni les outils nécessaires à la réussite de nos études universitaires.*



## ملخص

سوائل العتبة هي المواد التي تتدفق فقط إذا تم تطبيق ضغط عالٍ عليها. ثراء سلوكهم (مرن ، بلاستيك ، إرخ) يعني استخدام العديد من طرق التوصيف ونهج النمذجة. نظرًا لأن نقطة العائد الخاصة بهم تقع في صميم استخدامها في التطبيقات ، فإننا نفصل على وجه الخصوص سلوكهم بالقرب من هذا الحجم وإجراءات تحديده ؛ نحن مهتمون بشكل خاص بإظهار أهمية مراعاة خصائص توطين التدفق لهذه المواد عند تحليل البيانات الريومترية. بينما تسمح السوائل ذات العتبة البسيطة باستخدام إجراءات مبسطة تأخذ في الاعتبار استقلالية سلوكهم فيما يتعلق بتاريخ الإجهاد لديهم ، تتطلب السوائل ذات العتبة المتغيرة الانسيابية اهتمامًا خاصًا للغاية: من الضروري بالفعل تطوير إجراءات تحضير قابلة للتكرار و السماح بتوصيف هيكلها عند الراحة.

## RÉSUMÉ

Les fluides à seuil sont des matériaux qui ne s'écoulent que si une contrainte suffisamment élevée leur est appliquée. La richesse de leur comportement (élastique, plastique, ...) implique l'utilisation de plusieurs méthodes de caractérisation et approches de modélisation. Leur seuil d'écoulement étant au cœur de leur utilisation dans les applications, nous détaillons tout particulièrement leur comportement à proximité de cette grandeur et les procédures de ça détermination ; nous nous attachons notamment à montrer l'importance de la prise en compte des propriétés de localisation des écoulements de ces matériaux lors de l'analyse de données rhéométriques. Si les fluides à seuil simples permettent l'utilisation de procédures simplifiées qui tiennent compte de l'indépendance de leur comportement vis-à-vis de leur histoire de sollicitation, les fluides à seuil thixotropes nécessitent une attention toute particulière : il faut en effet mettre au point des procédures de préparation reproductibles et permettant la caractérisation de leur structuration au repos.

## ABSTRACT

Threshold fluids are materials that only flow if a high enough stress is applied to them. The richness of their behavior (elastic, plastic, etc.) implies the use of several characterization methods and modeling approaches. Since their yield point is at the heart of their use in applications, we detail in particular their behavior near this magnitude and the procedures for determining it; we are particularly interested in showing the importance of taking into account the flow localization properties of these materials when analyzing rheometric data. While fluids with a simple threshold allow the use of simplified procedures which take into account the independence of their behavior with respect to their stress history, fluids with a thixotropic threshold require very particular attention: it is indeed necessary to put to develop reproducible preparation procedures and allow the characterization of their structure at rest.



## TABLE DES MATIÈRES

|                                                          |    |
|----------------------------------------------------------|----|
| REMERCIEMENTS .....                                      | 2  |
| RÉSUMÉ.....                                              | 4  |
| TABLE DES MATIÈRES .....                                 | 6  |
| LISTE DES TABLEAUX.....                                  | 8  |
| LISTE DES FIGURES.....                                   | 9  |
| LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS .....                   | 10 |
| INTRODUCTION.....                                        | 11 |
| CHAPITRE 1 GÉNÉRALITÉS.....                              | 12 |
| 1.1 Généralités sur la rhéologie.....                    | 12 |
| CHAPITRE 2 CLASSIFICATION RHÉOLOGIQUE DES FLUIDES.....   | 13 |
| 2.1 Fluides newtoniens.....                              | 13 |
| 2.2 Fluides non newtoniens.....                          | 14 |
| 2.2.1 Fluides non newtoniens indépendants du temps ..... | 15 |
| 2.2.2 Fluides non newtoniens dépendants du temps .....   | 17 |
| 2.3 Rhéologie des fluides à seuil.....                   | 17 |
| 2.3.1 Fluides à seuil thixotropes.....                   | 18 |
| 2.3.2 Fluides à seuil simples.....                       | 18 |
| CHAPITRE 3 MODÉLISATION DES FLUIDES VISCOPLASTIQUE.....  | 19 |
| 3.1 Modèle de Bingham .....                              | 19 |
| 3.2 Modèle de Herschel Bulkley.....                      | 19 |
| 3.3 Modèle de Papanastasiou .....                        | 20 |
| 3.4 Modèle de Mitsoulis.....                             | 22 |
| 3.5 Modèle de Souza Mendes .....                         | 22 |

|                  |                                 |    |
|------------------|---------------------------------|----|
| 3.6              | Modèle de Zahu et al.....       | 22 |
| 3.7              | Modèle de Khelfallah el al..... | 23 |
| CONCLUSION ..... |                                 | 26 |
| RÉFÉRENCES.....  |                                 | 27 |



## **LISTE DES TABLEAUX**

|                                                                                             |    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Tableau 1 : Modèles rhéologiques des fluides indépendants du temps à contrainte seuil ..... | 20 |
|---------------------------------------------------------------------------------------------|----|

## LISTE DES FIGURES

|                                                                                                                                                          |    |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figure 1 : écoulement a cisaillement simple .....                                                                                                        | 13 |
| Figure 2 : courbes d'écoulement des fluides : (1) newtoniens (2) viscoplastique de Bingham (3) rhéofluidifiant (4) rhéoépaississant (5) structurel. .... | 15 |
| Figure 3 : exemples des fluides à seuil.....                                                                                                             | 17 |
| Figure 4 : schimatisation du comportement viscoplastique selon papanastasiou en fonction du constante de régularisation « m » [22]. ....                 | 21 |
| Figure 5 : schématisation du comportement viscoplastique et équation constitutive de Souza Mendes et al. [24].....                                       | 23 |
| Figure 6 (a, b) : schématisation du comportement viscoplastique et équation [22]. ....                                                                   | 24 |

## LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS

|                |                                   |
|----------------|-----------------------------------|
| $F$            | Force                             |
| $h$            | Hauteur                           |
| $k$            | Nombre de consistance des fluides |
| $m$            | Constante de régularisation       |
| $n$            | Indice de structure               |
| $u$            | Déplacement                       |
| $t$            | Temps caractéristique             |
| $v$            | Vitesse                           |
| $v_{\max}$     | Vitesse maximale                  |
| $\tau$         | Contrainte de cisaillement        |
| $\tau_c$       | Contrainte seuil                  |
| $\gamma$       | Déformation                       |
| $\dot{\gamma}$ | Taux de cisaillement              |
| $\mu$          | Viscosité dynamique               |
| $\mu_0$        | Viscosités newtoniennes initial   |
| $\mu_\infty$   | Viscosités newtoniennes final     |
| $\mu_p$        | Viscosité plastique               |

## INTRODUCTION

Les fluides à seuil sont des fluides particuliers dont le comportement mécanique et plus généralement les caractéristiques physiques sont intermédiaires entre celles des liquides et des solides. Ils ne s'écoulent en apparence comme des fluides visqueux que lorsqu'ils sont soumis à une contrainte supérieure à une valeur critique appelée le seuil de contrainte.

Nous rencontrons ce type de fluides dans beaucoup de domaines tels que l'agroalimentaire (purées, compotes, sauces, yaourt,...), cosmétiques (mousses, crèmes, gels,...), génie civil (peintures, bétons, plâtres, colles), nature (boue, magma,...) [1].

Le domaine des fluides à seuil, qui sont l'archétype du fluide non-newtonien, a fait l'objet de nombreux travaux en physique et en mécanique durant les quinze dernières années, qui permettent de se faire une idée un peu plus précise des difficultés et des nombreux défis restants [2].

De nouvelles méthodes sont nécessaires pour caractériser et mesurer leurs propriétés. De nouveaux champs d'application sont attendus conjointement avec l'application de nouveaux concepts et résultats des études. Tout cela constitue l'essence de la rhéologie.

Ce travail est essentiellement bibliographique, partagé en trois parties. La première est une introduction générale et la pose de la problématique. La deuxième partie, permet d'établir le sujet en faisant le point sur l'état d'art concernant la rhéologie, la classification rhéologique des fluides, et principalement les fluides à seuil. La dernière partie est consacrée à une évolution historique et chronologique des modèles mathématiques de fluides viscoplastique.

# CHAPITRE 1 GÉNÉRALITÉS

## 1.1 Généralités sur la rhéologie

La rhéologie, introduite en 1929 aux Etats Unis par Eugène Cook Bingham (1878- 1945) [3], est une discipline qui étudie et décrit l'écoulement et la déformation des matériaux sous l'action de contraintes.

Elle a été développée pour décrire les propriétés des matériaux aux comportements mal définis et intermédiaires entre ceux du solide élastique parfait (pour lequel les contraintes sont proportionnelles aux déformations) et ceux du fluide newtonien, étant donné l'impuissance de la théorie de l'élasticité et les limites de la mécanique des fluides à décrire et à expliquer ces comportements, il a été nécessaire de dresser cette nouvelle discipline, qui est actuellement en plein développement tant sur le plan fondamental que sur celui des applications industrielles et technologiques.

La rhéologie constitue un outil très puissant permettant une identification et un suivi de la stabilité et du vieillissement, conduisant aussi à des corrélations et des interprétations moléculaires.

A. Malkin et A. Isayev [4] soulignent que la définition traditionnelle de la rhéologie est très proche de celle de la mécanique du milieu continu : l'étude des déformations et des écoulements de la matière sans distinction des particularités du matériau. Cependant, la rhéologie moderne met l'accent sur certains aspects tel que : les matériaux dont les déformations intègrent les effets élastique, visqueux et plastique.

## CHAPITRE 2 CLASSIFICATION RHÉOLOGIQUE DES FLUIDES

### 2.1 Fluides newtoniens

Le comportement rhéologique des fluides newtoniens est le plus simple, qui est caractérisé avec une relation linéaire entre la contrainte de cisaillement et le taux de cisaillement, l'équation correspondante s'écrit :

$$\tau = \mu \dot{\gamma} \quad (1)$$

L'idée de viscosité pour un fluide réel (fluide visqueux) est apparue en 1687 de Isaac Newton. Newton, en observant la résistance à l'écoulement d'un fluide contenu entre deux plans parallèles infinis séparés d'une distance  $h$  selon la direction  $Oy$ , dont la représentation se trouve sur la Figure 1, suggère que la contrainte appliquée, est proportionnelle au gradient de vitesse. Le coefficient de proportionnalité est la viscosité (relation (1)).

La viscosité résulte des échanges de quantité de mouvement entre les différentes couches de fluide due à l'agitation moléculaire d'origine thermique.

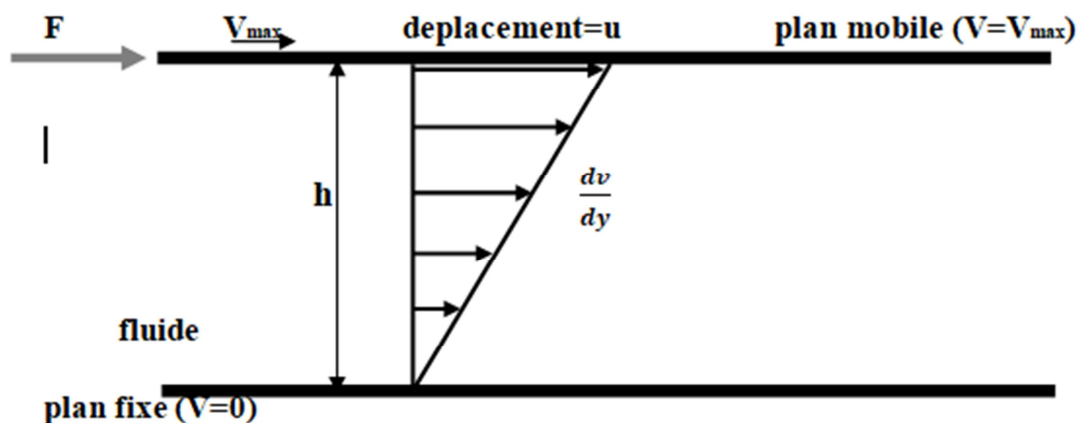


Figure 1 : écoulement à cisaillement simple

Dans cette expérience, l'écoulement entre deux plaques parallèles, l'une au repos  $V = 0$  et l'autre se déplace avec une vitesse  $V = V_{max}$ . Sous l'effet de cisaillement, ce mouvement entraîne l'apparition de forces de frottement qui s'exercent tangentiellement à la surface "S" de chaque couche, Ces contraintes tangentielles sont appelées "contraintes de cisaillements" et s'expriment par :

$$\tau = \mu \frac{dv}{dy} \quad (2)$$

Ce type de fluides sont, généralement, constitués de molécules simples et les contraintes de cisaillement s'achèvent dès que le fluide est au repos. Sa viscosité est indépendante du facteur temps, mais elle est aussi indépendante de la vitesse de cisaillement. Les fluides newtoniens comprennent les liquides et les gaz constitués de corps purs et homogènes.

Pour un fluide non-newtonien la structure interne du fluide peut être responsable d'une dépendance de la viscosité vis-à-vis taux de cisaillement. Dans ce cas nous avons l'équation (1) s'écrit :

$$\tau = \mu(\dot{\gamma}) \dot{\gamma} \quad (3)$$

## 2.2 Fluides non newtoniens

Les fluides non-newtoniens sont caractérisés par une relation non linéaire entre contrainte et vitesse de déformation. La structure interne du fluide est complexe et peut être influencée par la structure de l'écoulement et vice-versa. Certains fluides ne s'écoulent qu'à partir d'une certaine contrainte seuil (liquide plastique de Bingham, cf. Figure 2). Cette propriété est particulièrement utile pour le transport de particules en empêchant la sédimentation (boues de forage) et se rencontre dans la vie pratique dans les pâtes dentifrices, le ketchup, la graisse et les peintures non-coulantes, etc. ...

La plupart des fluides sont rhéofluidifiant : suspensions diluées de particules solides, suspensions de vésicules déformables (comme le sang), encres, peintures, solutions diluées de polymères, polymères liquides (acétate de cellulose), pâte à papier. Leur viscosité effective diminue lorsqu'on augmente la contrainte. Cet effet est dû en général à une dislocation de la structure interne par l'écoulement. Quelques fluides sont rhéoépaississant comme les suspensions concentrées ou encore le sable mouillé (Cf. la figure 2) [5].

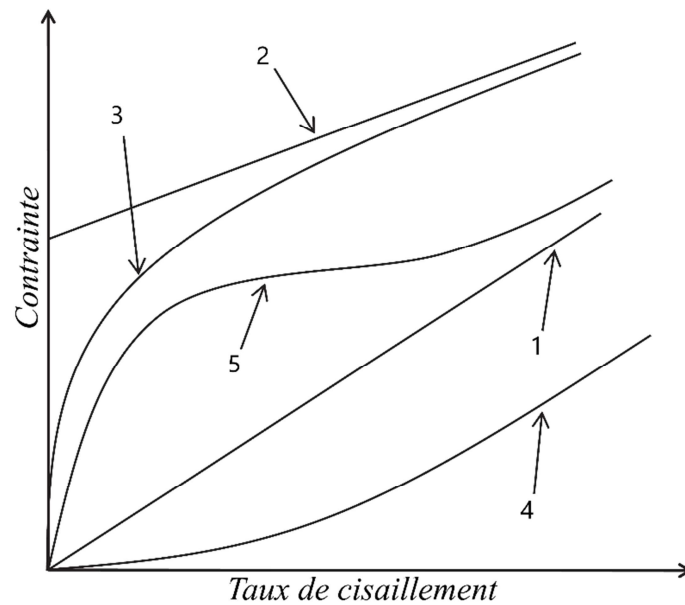


Figure 2 : courbes d'écoulement des fluides : (1) newtoniens (2) viscoplastique de Bingham (3) rhéofluidifiant (4) rhéoépaississant (5) structurel.

## 2.2.1 Fluides non newtoniens indépendants du temps

Ce sont les fluides purement visqueux pour lesquels la contrainte de cisaillement  $\tau$  dépend seulement du taux de cisaillement  $\dot{\gamma}$  au point considéré, ces fluides peuvent être subdivisés en trois types :

- a) rhéofluidifiant,
- b) à seuil ou viscoplastique,
- c) rhéoépaississant.

### 2.2.1.1 Les fluides rhéofluidifiant ou pseudoplastique

Ces fluides s'écoulent même sous une contrainte faible, mais ils ont une viscosité apparente qui diminue lorsque la contrainte croît. De nombreuses solutions de polymères présentent ce type de comportement qui peut être attribué à des macromolécules entremêlées qui se séparent progressivement et s'alignent dans les écoulements [6]. Dans d'autres cas, ce comportement provient de la disparition des structures du à l'attraction entre molécules ou particules solides. Des exemples classiques de ce type de comportement sont les suspensions diluées de particules solides, les solutions diluées de polymères de masse moléculaire élevée. On peut citer également



le shampooing, ou les concentrés de jus de fruits. De même, les encres d'imprimerie formées de pigments solides en suspension dans des liquides complexes ont des caractéristiques rhéofluidifiantes.

### **2.2.1.2 Les fluides rhéoépaississant ou dilatant**

Ce sont des fluides dont la viscosité augmente cette fois avec la contrainte appliquée. Le sable mouillé en est un exemple : à faible vitesse, les grains glissent les uns par rapport aux autres en étant lubrifiés par l'eau ; sous forte contrainte, ils viennent frotter et s'appuyer les uns contre les autres. Les suspensions concentrées d'amidon ont des propriétés similaires. Certaines solutions de polymères présentent également ce comportement : quand les macromolécules sont initialement enroulées sur elles-mêmes, les contraintes associées à l'écoulement peuvent les dérouler en longues chaînes, ce qui augmente la viscosité. Ces fluides sont quelquefois appelés « fluides dilatants », ils n'ont presque jamais de seuil d'écoulement [7].

### **2.2.1.3 Les fluides à seuil ou viscoplastique**

Les fluides à seuil sont des matériaux qui ne s'écoulent que si une contrainte suffisamment élevée leur est appliquée, appelée contrainte seuil. Cette propriété est au cœur de leur utilisation [8].

Ce sont des matériaux qui se comportent comme des solides quand une contrainte inférieure à une valeur critique leur est appliquée et comme un liquide au-delà, Ils sont généralement constitués d'un grand nombre d'éléments microscopiques fortement compactés ou enlacés, immergés dans un liquide et dont les interactions donnent naissance à ce comportement particulier.

Schwedoff en 1890 [Schwedoff, 1890] et Bingham en 1922 [Bingham, 1922] sont les premiers à avoir proposés la notion d'une contrainte seuil sous laquelle le matériau se comporte comme un solide rigide et au-dessus de laquelle il agit comme un fluide [9].



Figure 3 : exemples des fluides à seuil

## 2.2.2 Fluides non newtoniens dépendants du temps

Certains fluides peuvent avoir un écoulement dont les caractéristiques dépendent des traitements antérieurs. Dans ce cas, la viscosité apparente n'est plus fixée pour une valeur donnée de la contrainte ou du taux de déformation mais dépend également du temps.

### 2.2.2.1 Fluides thixotropes

La thixotropie correspond à une dépendance temporelle réversible de la viscosité, associée à un saut de cisaillement. Par sa simple définition, il est clair qu'un fluide newtonien ne peut être thixotrope. Le caractère non newtonien des fluides est généralement interprété en termes de changement structural interne [10].

### 2.2.2.2 Fluides viscoélastiques

Le comportement viscoélastique est un comportement rhéologique qui rassembler les caractères élastique et visqueux, qui se manifestant par un comportement dépendant du temps, temps de relaxation, qui générer des différences de contraintes normales au sein de l'écoulement.

## 2.3 Rhéologie des fluides à seuil

Les fluides à seuil peuvent être classés en deux types selon leur structure : ceux dont les interactions entre particules sont attractives :les gels colloïdaux et les suspensions d'argile, et ceux dont les interactions sont répulsives :les émulsions, les mousses et les micro-gels polymères [11].

### 2.3.1 Fluides à seuil thixotropes

Les fluides du premier groupe (attractive) évoluent spontanément dans le temps sous l'effet de l'agitation thermique et des interactions entre éléments. La microstructure devient alors de plus en plus résistante à l'écoulement. Ce phénomène est appelé le "vieillissement".

Par contre lorsque le fluide s'écoule, sa viscosité diminue dans le temps suite à la rupture progressive de la structure tridimensionnelle ; ce comportement est appelé "rajeunissement".

Un état d'écoulement stationnaire peut être obtenu quand il y a équilibre entre vieillissement et rajeunissement. Le seuil d'écoulement apparent n'est pas unique, il varie avec l'histoire de l'écoulement subie par le fluide [12].

### 2.3.2 Fluides à seuil simples

Les fluides de la deuxième classe (répulsive) sont non thixotropes. Au repos, les éléments de ces fluides (bulles, grains, gouttelettes, ...) sont confinés et les particules se repoussent entre elles (déformation capillaire d'interfaces, forces élastiques...). Contrairement au cas des gels colloïdaux, la taille de ces particules est trop importante pour que l'agitation thermique parvienne à réarranger la structure et il y a peu de vieillissement. Pour faire couler le fluide, il faut lui appliquer une contrainte externe supérieure à une valeur critique pour vaincre le confinement géométrique entre les particules [12].

Les fluides à seuil simples sont des matériaux qui ne s'écoulent que lorsque la contrainte de cisaillement  $\tau$  qui leur est appliquée est supérieure à une contrainte seuil  $\tau_c$ , indépendamment de leur histoire d'écoulement.

Lorsque  $\tau \geq \tau_c$ , ils sont en régime *liquide*, le matériau est cisailé ou en écoulement. Quand  $\tau \rightarrow \tau_c$  le taux de cisaillement  $\dot{\gamma} \rightarrow 0$  le matériau a un comportement similaire à solide qui peut être : rigide, élastique ou viscoélastique, qui dépend de la repense mécanique dans une approche expérimentale, ou du model rhéologie dans une approche théorique (modélisatrice).

Leur caractère de fluide à seuil simple implique que l'état stationnaire est atteint quasi-instantanément (absence des effets viscoélastiques ou presque).

## CHAPITRE 3 MODÉLISATION DES FLUIDES VISCOPLASTIQUE

Les fluides viscoplastiques présentent un type de comportement rhéologique dual : ils gardent leur forme au repos, mais s'écoulent lorsque la contrainte de cisaillement est suffisamment élevée.

Depuis une centaine d'années (1900) plusieurs travaux ou approches théoriques ont été développés dans le but de cerner ce jour de comportement. Dans cette partie un récapitulatif des ces approches est résumé.

### 3.1 Modèle de Bingham

$$\begin{aligned} \tau &= \tau_c + \mu_p \dot{\gamma} & \text{si } \tau &\geq \tau_c \\ \dot{\gamma} &= 0 & \text{si } \tau < \tau_c \end{aligned} \quad (4)$$

Ce modèle est le plus utilisé et les fluides qui suivent cette loi sont nombreux, équation (4). Une fois la contrainte appliquée dépasse la contrainte seuil  $\tau_c$ , les fluides de Bingham se comportent comme des fluides newtoniens de viscosité plastique  $\mu_p$ . Si la contrainte redescend sous la barre de  $\tau_c$ , le fluide retrouve sa structure initiale instantanément, il devient un corps rigide indéformable. Cette propriété engendre des zones non cisillées dans l'écoulement. Le fluide viscoplastique de Bingham est donc la limite entre le comportement newtonien et non-newtonien viscoplastique.

### 3.2 Modèle de Herschel Bulkley

Il est utilisé pour décrire la plupart des fluides viscoplastiques qu'ont une courbe d'écoulement non linéaire, relation (5). Le modèle Herschel-Bulkley combine les effets de plasticités similaires au modèle de Bingham avec le comportement non newtonien en loi puissance pour les contraintes au-dessus de la contrainte seuil.

$$\begin{aligned} \tau &= \tau_c + k \dot{\gamma}^n & \text{si } \tau &\geq \tau_c \\ \dot{\gamma} &= 0 & \text{si } \tau < \tau_c \end{aligned} \quad (5)$$

On regroupe, dans le Tableau 1, quelques lois de comportements représentant le même type d'approche, un corps rigide pour les contraintes inférieure à la contrainte seuil.

Tableau 1 : Modèles rhéologiques des fluides indépendants du temps à contrainte seuil

| Modèles                       | Équation constitutive                                                        | Paramètres                   |
|-------------------------------|------------------------------------------------------------------------------|------------------------------|
| <i>Bingham [13]</i>           | $\tau = \tau_c + \mu_p \dot{\gamma}$                                         | $\tau_c, \mu_p$              |
| <i>Herschel-Bulkley [14]</i>  | $\tau = \tau_c + k \dot{\gamma}^n$                                           | $\tau_c, k, n$               |
| <i>Casson [15]</i>            | $\sqrt{\tau} = \sqrt{\tau_c} + \sqrt{\mu_p \dot{\gamma}}$                    | $\tau_c, \mu_p$              |
| <i>Casson modifié [16]</i>    | $\sqrt{\tau} = \sqrt{\tau_c} + \sqrt{k \dot{\gamma}^n}$                      | $\tau_c, k, n$               |
| <i>Casson-Shulman [17]</i>    | $\tau^{\frac{1}{n}} = \tau_c^{\frac{1}{n}} + (k \dot{\gamma})^{\frac{1}{n}}$ | $\tau_c, k, n$               |
| <i>Vocadlo [18]</i>           | $\tau = \left( k \dot{\gamma} + \sqrt[n]{\tau_c} \right)^n$                  | $\tau_c, k, n$               |
| <i>Casson généralisé [19]</i> | $\tau = \tau_c + \mu_{\infty} \dot{\gamma} + k \dot{\gamma}^n$               | $\tau_c, \mu_{\infty}, k, n$ |

### 3.3 Modèle de Papanastasiou

Les travaux de Papanastasiou et al. [20, 21] sur la modélisation des substances viscoplastiques ont conduit à un modèle (équation (6)) de Bingham modifié où le problème lié à la singularité au voisinage de la contrainte seuil a été évité sur le plan mathématique. Il introduit par ailleurs l'aspect d'un comportement élastique pour des contraintes faibles inférieures à la contrainte seuil.

$$\tau = \left( \mu_p + \tau_c \left( \frac{1 - e^{-m\dot{\gamma}}}{\dot{\gamma}} \right) \right) \dot{\gamma} \quad (6)$$

La Figure 4 est une représentation graphique de la relation (6), elle met en évidence l'existence de trois types de comportement, découpés en zones en fonction du taux de cisaillement :

- Une zone de déformation élastique pour les faibles valeurs de la contrainte inférieure à la contrainte seuil.
- Une zone de déformation mixte, élastique et visqueuse.

- Une zone de déformation visqueuse newtonienne.

Avec " m " est une constante de régularisation et pour :  $m \rightarrow \infty$  le modèle de Papanastasiou est complètement équivalent au modèle de Bingham et dans la limite de  $m = 0$  le modèle newtonien est retrouvé.

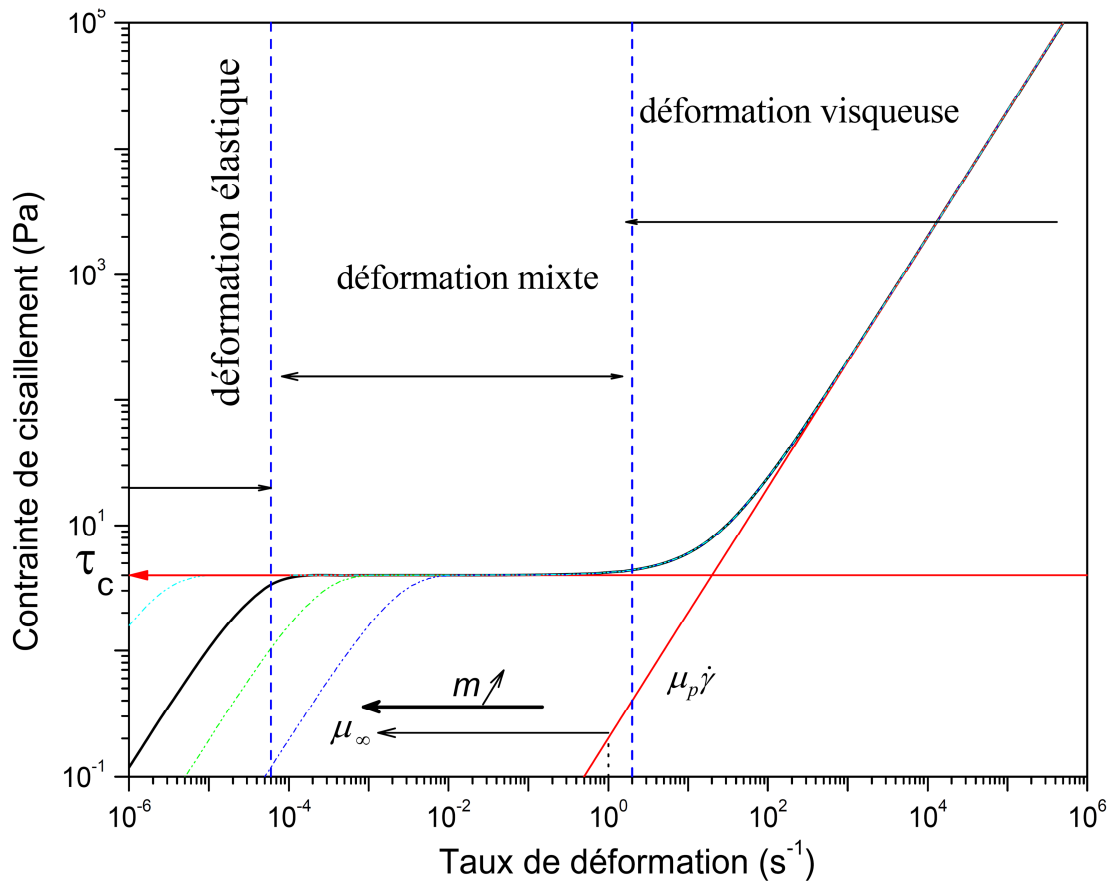


Figure 4 : schématisation du comportement viscoplastique selon Papanastasiou en fonction de la constante de régularisation « m » [22].

Le modèle de Papanastasiou permet l'explication des zones mortes non cisillées au sein de l'écoulement dans des configurations géométriques spécifiques.

Ce modèle va permettre la simplification des calculs numériques pour déterminer la zone plastique de l'écoulement [22].

### 3.4 Modèle de Mitsoulis

Mitsoulis et al. [23] ont étudié numériquement l'écoulement de matériaux viscoplastiques dans des filières d'extrusion par une méthode d'éléments finis. Les données rhéologiques des pâtes viscoplastiques ont été calées à l'aide du modèle de Herschel-Bulkley ; ils ont proposé une approche heuristique afin de déterminer le degré d'élasticité requis pour produire des valeurs expérimentales. Dans leurs approche, il y combinaison entre le modèle de Herschel-Bulkley et la modification de Papanastasiou, relation (7) :

$$\tau = \tau_c (1 - e^{-m\dot{\gamma}}) + k\dot{\gamma}^n \quad (7)$$

### 3.5 Modèle de Souza Mendes

Souza Mendes et al [24] ont appliqué l'approche de Papanastasiou au modèle de Herschel-Bulkley et ont proposé une fonction continue de viscosité pour les liquides à fort cisaillement :

$$\tau = \left( (\tau_c + k\dot{\gamma}^n) \left( \frac{1 - e^{-\mu_0 \dot{\gamma} / \tau_c}}{\dot{\gamma}} \right) \right) \dot{\gamma} \quad (8)$$

Cette relation conduit :

- Une signification physique au paramètre  $m$  en le remplaçant par le ratio  $\mu_0 / \tau_c$ ,
- Une viscosité tend vers l'infini aux voisinages des vitesses de cisaillement nul,
- Une viscosité nulle aux taux de cisaillement assez élevés. Un comportement similaire à une fluide parfait.

Les paramètres de la loi, et les changements de comportements sont illustrés sur la Figure 5.

### 3.6 Modèle de Zahu et al.

Afin d'avoir une viscosité qui traduit la viscosité newtonienne aux taux de cisaillement assez faible Zahu et al [25] ont proposé un modèle (équation (9)) généralisé qui prédit une valeur finie de la viscosité apparente lorsque le taux de cisaillement s'approche de zéro (0). Ils ont remplacé le terme  $k\dot{\gamma}^{n-1}$  par  $\mu_1 e^{-t\dot{\gamma}}$  dans le modèle de Papanastasiou, où  $t$  est un temps caractéristique.

$$\tau = \left( \mu_1 e^{-t\dot{\gamma}} + \tau_c \left( \frac{1 - e^{-m\dot{\gamma}}}{\dot{\gamma}} \right) \right) \dot{\gamma} \quad (9)$$

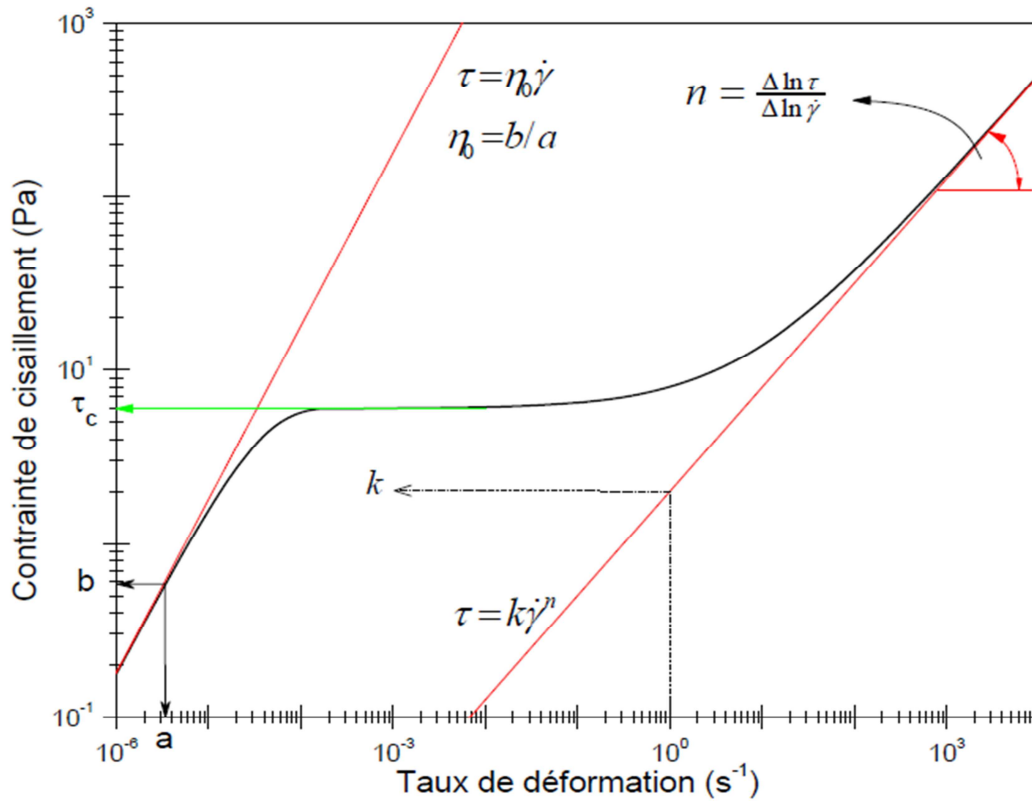


Figure 5 : schématisation du comportement viscoplastique et équation constitutive de Souza Mendes et al. [24]

### 3.7 Modèle de Khelfallah et al.

M. Khelfallah et S. Benhadid [22] ont proposé d'appliquer l'approche développée par Souza Mendes à la loi de Casson généralisée et dont les modèles de Bingham et de Herschel-Bulkley ne sont que des cas particuliers, relation suivante :

$$\tau = \left( \mu_{\infty} + (\tau_c + k\dot{\gamma}^n) \left( \frac{1 - e^{-\mu_0\dot{\gamma}/\tau_c}}{\dot{\gamma}} \right) \right) \dot{\gamma} \quad (10)$$



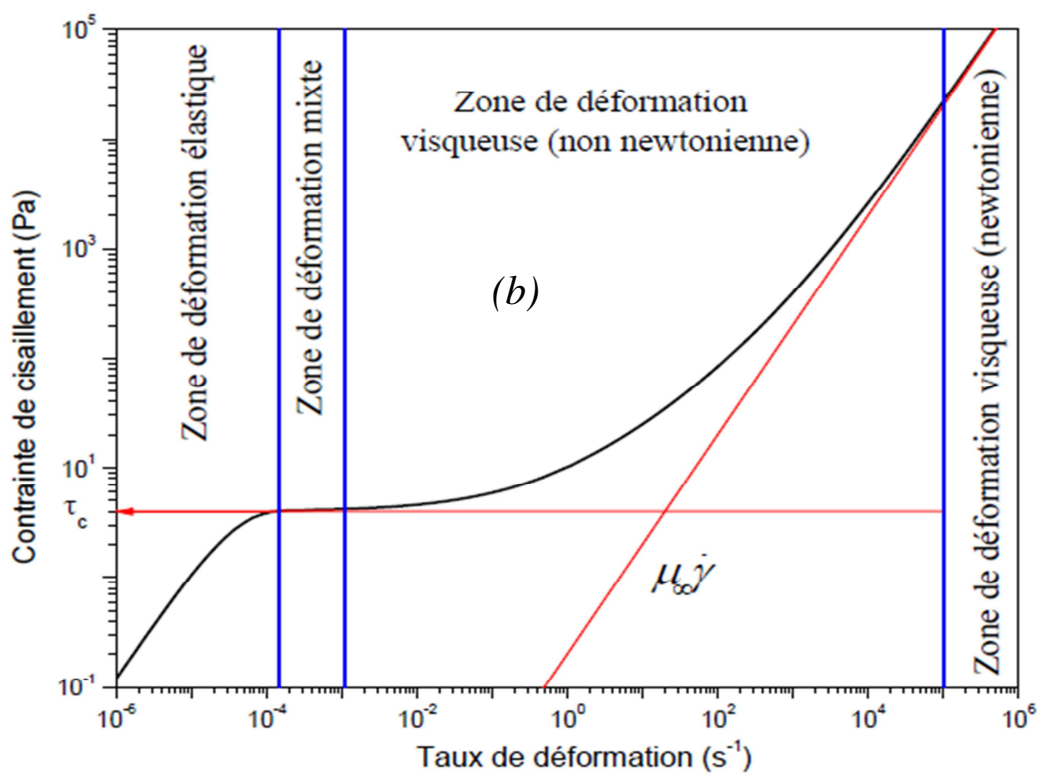
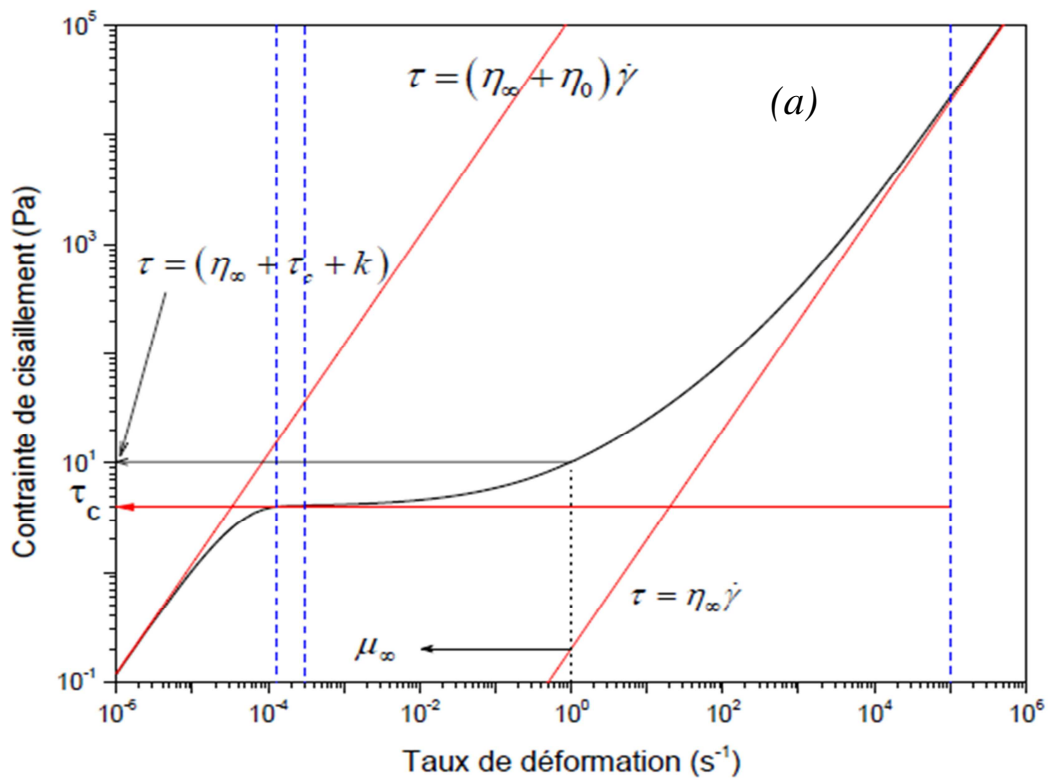


Figure 6 (a, b) : schématisation du comportement viscoplastique et équation [22].

La Figure 6 schématise l'approche graphique pour obtenir les paramètres rhéologiques de la substance :

- La tangente à la courbe aux forts taux de cisaillement est donnée par  $\tau = \eta_{\infty} \dot{\gamma}$ .
- Par contre la tangente à la courbe aux faibles taux de cisaillement est donnée par  $\tau = (\eta_{\infty} + \eta_0) \dot{\gamma}$ , connaissant  $\eta_{\infty}$  on détermine  $\eta_0$
- Pour  $\dot{\gamma} = 1$  on a  $\tau = \tau_c + k + \eta_{\infty}$ , connaissant  $\eta_{\infty}, \eta_0$  et  $\tau$  on détermine  $k$
- Partant des valeurs de  $\eta_{\infty}, \eta_0, k$  et  $\tau$  pour  $\dot{\gamma} \neq 1$  on peut accéder à la valeur de « n » par :

$$n = \frac{\ln((\tau - \tau_c - \eta_{\infty} \dot{\gamma}) / k)}{\ln(\dot{\gamma})} \quad (11)$$

Cette approche phénoménologique a permis d'expliciter :

- Une zone élastique,
- Une zone intermédiaire caractérisée par le début d'un changement structurale, qui exprimer la plasticité du matériau,
- Une zone visqueuse non newtonienne,
- Une zone newtonienne.

Avec ce type de modélisation, on expliciter les comportements ou les changements dans la repense mécanique observais expérimentalement, la coexistence ou la superposition des repenses est un outil puissant pour une modélisation théorique et numérique des écoulements.

## CONCLUSION

Dans cette étude, nous avons examiné différentes approches pour évaluer, dimensionner, expliciter le comportement rhéologique des fluides viscoplastiques dans une large gamme de conditions. Nous avons constaté l'existence d'une large gamme de produits et matériaux qui ont un comportement viscoplastique ou similaire. Une telle richesse de produit a induit à une richesse de modélisation et de théories. Une évolution continue de modèles est constatée depuis un centaine d'années.

Cette richesse est nourrie par l'évolution et l'augmentation de la puissance de la simulation numérique en parallèle avec l'augmentation de la précision et de la puissance des équipements de caractérisation rhéologique.

Ce récapitulatif des travaux d'éminents chercheurs nous a permis d'envisager des perspectives de point de vue caractérisation rhéologie, approche expérimentale, et de point de vue simulation numérique des écoulements de fluides complexes.

## RÉFÉRENCES

1. Ovarlez, G., *Caractérisation rhéologique des fluides à seuil*. Rhéologie, 2011. **20**: p. 28-43.
2. Coussot, P., *La vie secrète des fluides à seuil*. Rhéologie, 2010. **17**: p. 1-7.
3. Scher, J., *Rhéologie, texture et texturation des produits alimentaires*. Techniques de l'Ingénieur-F3300V2, 1998.
4. Morrison, F.A., *Understanding rheology*. Vol. 1. 2001: Oxford university press New York.
5. Guazzelli, E., *Rhéologie des fluides complexes*. 2001.
6. Ree, T. and H. Eyring, *Theory of non-newtonian flow. i. solid plastic system*. Journal of Applied Physics, 1955. **26**(7): p. 793-800.
7. Berkache, K., *Caractérisation de l'écoulement d'un fluide à contrainte seuil dans une conduite axisymétrique avec sténose*. 2010.
8. Coussot, P., *Rheometry of pastes, suspensions, and granular materials: applications in industry and environment*. 2005.
9. Quignon-Tosoni, J., *Rhéologie des matériaux pâteux: vers un continuum des régimes solide et liquide. Application aux boues résiduaires*. 2015, Université Blaise Pascal-Clermont-Ferrand II.
10. BARAVIAN, C., D. QUEMADA, and A. PARKER, *Modelling thixotropy using a novel structural kinetics approach : basis and application to a solution of iota carrageenan*. 1996. **27**(4): p. 371-390.
11. Coussot, P., et al., *Macroscopic vs. local rheology of yield stress fluids*. Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, 2009. **158**(1-3): p. 85-90.
12. Boujlel, J., *Déplacement d'un objet à travers un fluide à seuil: couche limite, contrainte seuil et mouillage*. 2012, Université Paris-Est.
13. Bingham, E.C., *Fluidity and plasticity*. Vol. 2. 1922: McGraw-Hill.

14. Herschel, W. and R. Bulkley. *Measurement of consistency as applied to rubber-benzene solutions*. in *American Society for Testing and Material (Proceedings)*. 1926.
15. Casson, N. *A flow equation for pigment-oil suspensions of the printing ink type*. in *Rheology of disperse systems*. 1959. London.
16. MIZRAHI, S. and Z. BERK, *FLOW BEHAVIOUR OF CONCENTRATED ORANGE JUICE: MATHEMATICAL TREATMENT*. 1972. **3**(1): p. 69-79.
17. Bukhman, Y.A., et al., *Rheodynamics of nonlinear viscoplastic media*. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 1982. **10**(3-4): p. 215-233.
18. Parzonka, W. and J. Vočadlo, *Méthode de la caractéristique du comportement rhéologique des substances viscoplastiques d'après les mesures au viscosimètre de Couette (modèle nouveau à trois paramètres)*. *Rheologica Acta*, 1968. **7**(3): p. 260-265.
19. Benhadid, S., et al., *Caractéristiques rhéologiques, coefficient de frottement et écoulement en situation réelle de fluides à seuil*. *Rheologica Acta*, 1988. **27**(6): p. 628-633.
20. Papanastasiou, T. and A. Boudouvis, *Flows of viscoplastic materials: models and computations*. *Computers & Structures*, 1997. **64**(1-4): p. 677-694.
21. Papanastasiou, T.C., *Flows of Materials with Yield*. *Journal of Rheology*, 1987. **31**(5): p. 385-404.
22. Khelfallah, M., *Caractérisation de l'écoulement d'un fluide Binghamien dans une conduite cylindrique*, in *Faculté de Physique*. 2007, USTHB: Alger. p. 109.
23. Mitsoulis, E., S. Abdali, and N. Markatos, *Flow simulation of herschel-bulkley fluids through extrusion dies*. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, 1993. **71**(1): p. 147-160.
24. Mendes, P.R.S. and E.S. Dutra, *A viscosity function for viscoplastic liquids*. *Annual transactions of the nordic rheology society*, 2004. **12**: p. 183-188.
25. Zhu, H., Y.D. Kim, and D. De Kee, *Non-Newtonian fluids with a yield stress*. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 2005. **129**(3): p. 177-181.

