

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Ecole Nationale Supérieure des Technologies Avancées



Département Electrotechnique

Polycopie de Cours

Filière : Electrotechnique

Spécialité : Traction Electrique

Rédigé par

Dr. IFFOUZAR Koussaila

Maitre de Conférences Classe A

Intitulé

Régime Transitoire des Machines Tournantes

Année universitaire : 2023/2024

©Copyright by Dr. IFFOUZAR Koussaila 2023
All Rights Reserved

Sommaire

Avant-propos

Introduction générale

Chapitre 1 : Régime Transitoire dans les Machines à Courant Continu

1. Généralités.....	1
2. Enclenchement brusque d'un moteur à excitation shunt.....	2
3. Court-circuit brusque d'une génératrice à excitation shunt.....	10

Chapitre 2 : Régime Transitoire de la Machine Asynchrone

1. Introduction.....	11
2. Equation de la machine asynchrone en régime quelconque.....	11
3. Transformation triphasé-diphasé.....	13
4. Modélisation de la M.A.S dans la base de Concordia.....	14
5. Transformation de Park	15
6. Choix du référentiel	17
7. Etudes des régimes transitoires dans la machine asynchrone triphasée.....	18
8. Conditions initiales des régimes transitoires.....	22
9. Régime transitoire de déconnexion de la machine du réseau.....	23

Chapitre 3 : Régimes Transitoires de la Machine Synchrone

1. Mise en équations des machines synchrones	26
2. Hypothèses simplificatrices.....	26
3. Description de la machine synchrone triphasée.....	26
4. Modèle en abc d'une machine synchrone à pôles lisse.....	27
5. Définitions des matrices inductance.....	28
6. Transformation de Park	30
7. Inductance opérationnelle de la machine.....	32
8. Régimes transitoires de la machine synchrone	33
9. Régime transitoire de court-circuit triphasé à vide.....	34

Références Bibliographiques

Avant-propos

L'objet de ce support du cours est de traiter la mise en œuvre de la méthode d'analyse des régimes transitoires dans les machines électriques tournantes à savoir (à courant continu et à courant alternatif). Ce modèle mathématique unifiée, chaque machine tournante sauvegarde ses propriétés spécifiques en raison de ses modalités particulières de contact avec l'extérieur ; cette spécificité a donc conduit à adopter une présentation différente chaque catégorie de machines électriques. L'analyse du comportement des machines électriques tournantes en régime transitoire est nécessaire en vue, d'une part, de prévoir les contraintes auxquelles elles sont soumises lors de certains fonctionnements et, d'autre part, de connaître leurs fonctions de transfert en vue de la conception de commande et de réglage. Le présent support de cours traite le problème des régimes transitoires dans les machines électriques tournantes. Ce phénomène électromagnétique était l'origine des nombreuses défaillances dans les systèmes d'entraînement électrique et des éléments de protections mis en œuvre. Les phénomènes transitoires accompagnant les démarrages, freinages et commandes des machines électriques génèrent des fortes intensités de courant et des ondulations de couple qui peuvent atteindre sept fois la valeur nominale assignée par le constructeur. D'où la nécessité de faire une étude détaillée de ce phénomène avec des modèles dynamique qui peuvent ce rapprochés du comportement des différents régimes de fonctionnement des machines électriques tournante. Dans ce document les modèles mathématiques des machines électriques tournantes les plus utilisées dans l'industrie seront présentées en vue de l'analyser de leur comportement durant certains régimes transitoires.

Introduction Générale

Le but essentiel des machines électriques est la transformation de l'énergie d'une forme dans une autre, l'une au moins de ces formes étant électrique, l'autre pouvant être électrique ou mécanique. Les machines électriques font intervenir comme éléments fondamentaux :

- les courants électriques ;
- les champs magnétiques.

Le fonctionnement est donc basé sur les lois de l'électromagnétisme, qui ont été étudiées au cours d'électricité, et qui seront brièvement rappelées dans ce cours. Car c'est de l'interaction des courants électriques et des champs magnétiques que résulte leur fonctionnement.

Le comportement de ses machines peut être traduit en modèle mathématique, pour que ces modèles soit résoluble analytiquement des hypothèses simplificatrices s'imposent. En générale on néglige la saturation des matériaux ferromagnétiques, et on cherche à idéaliser le maximum possible le comportement de ces dernières. L'utilisation de d'outil de résolution des systèmes mathématiques complexe tel que la méthode de superposition ou changement du domaine outre que le domaine temporelle sont mise en œuvre dans ce cours.

Régime Transitoire dans les Machines à Courant Continu

1) Généralités

Toute variation d'état (charge ou décharge brusque, saut de tension, court-circuit, etc) s'accompagne d'un régime transitoire que l'on peut étudier au moyen des équations de tensions de la machine complétée par l'équation du mouvement.

Considérons la MCC à excitation séparée représentée dans la figure 1. Tous les régimes possibles de la machine peuvent être décrits par les équations différentielles régissant son fonctionnement.

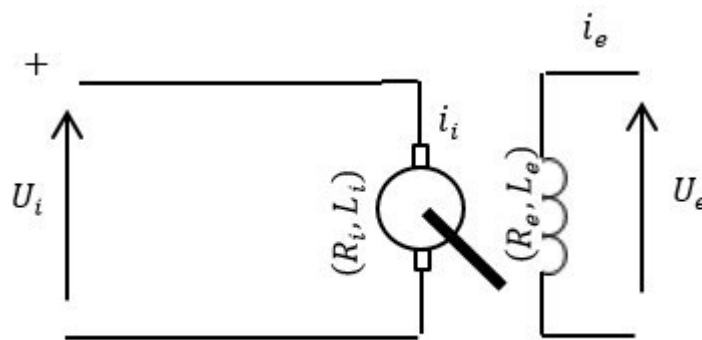


Figure. 1

$$U_i(t) = R_i i_i(t) + L_i \frac{\partial i_i(t)}{\partial t} + e_i \dots \dots \dots (1)$$

$$U_e(t) = R_e i_e(t) + L_e \frac{\partial i_e(t)}{\partial t} \dots \dots \dots (2)$$

En négligeant les pertes mécaniques

$$C_{em} - C_r = J \frac{\partial \omega_r}{\partial t} \dots \dots \dots (3)$$

e_i : Force électromotrice (f.e.m) de rotation d'induit donné par :

$$e_i = \frac{P}{2\pi a} N \phi \omega_r = k \phi \omega_r$$

Avec

$$k = \frac{P}{2\pi a} N \text{ Coefficient de construction}$$

Et si en plus le courant d'excitation est constant ($\varphi = cst$) on aura :

$$e_i = K' \omega_r$$

Le couple électromagnétique est donné par :

$$C_{em} = K' i_i(t) = k i_e(t) i_i(t)$$

En régime permanent $\frac{\partial}{\partial t} = 0$; donc :

$$U_i(t) = R_i i_i(t) + K' \omega_r \dots \dots \dots (4)$$

$$U_e(t) = R_e i_e(t) \dots \dots \dots (5)$$

$$C_{em} - C_r = 0 \dots \dots \dots (6)$$

Le couple dynamique ne peut pas changer instantanément ; sinon :

$$C_{dyn} = J \frac{\partial \omega_r}{\partial t} \rightarrow +\infty$$

Ce qui est impossible en réalité.

2) enclenchement brusque d'un moteur à excitation shunt

Le schéma de la mise sous tension d'un moteur à courant continu à excitation shunt est donné par la figure 2

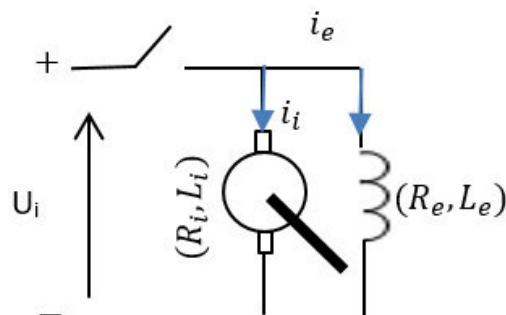


Figure.2

Considérons que l'enclenchement de la machine est réalisé à vide ($C_r = 0$). Les équations de la machine peuvent être écrites comme suit :

$$U_i(t) = R_i i_i(t) + L_i \frac{\partial i_i(t)}{\partial t} + e_i \dots \dots \dots (7)$$

$$U_e(t) = R_e i_e(t) + L_e \frac{\partial i_e(t)}{\partial t} \dots \dots \dots (8)$$

$$C_{em} - C_r = J \frac{\partial \omega_r}{\partial t}$$

Avec J : inertie de la machine.

Pour un courant inducteur constant :

$$e_i = K' \omega_r$$

et

$$C_{em} = K' i_i(t) = J \frac{\partial \omega_r}{\partial t} \Rightarrow i_i(t) = \frac{J}{K'} \frac{\partial \omega_r}{\partial t} \dots \dots \dots (9)$$

Donc :

$$\frac{1}{K'} U_i(t) = L_i \frac{J}{K'^2} \frac{\partial^2 \omega_r(t)}{\partial t^2} + R_i \frac{J}{K'^2} \frac{\partial \omega_r(t)}{\partial t} + \omega_r(t) \dots \dots \dots (10)$$

On pose :

$\tau_i = \frac{L_i}{R_i}$: Constante de temps électromagnétique d'induit

$\tau_m = \frac{R_i J}{K'^2}$: Constante de temps électromécanique

$$\text{Alor (10)} \Leftrightarrow \tau_i \tau_m \frac{\partial^2 \omega_r(t)}{\partial t^2} + \tau_m \frac{\partial \omega_r(t)}{\partial t} + \omega_r(t) = \frac{U_i(t)}{K'} \dots \dots \dots (11)$$

Tel que

$$\tau_i \tau_m = \frac{L_i}{R_i} \frac{R_i J}{K'^2}$$

L'équation 11 est une équation différentielle de deuxième ordre avec un second membre

- La solution particulière est fournie par le régime permanent (vitesse permanente)

$$\omega_{fr} = \omega_{rp} = \frac{U}{K'}$$

- La solution du régime libre est donnée comme suit :

- L'équation caractéristique de (11)

$$\tau_i \tau_m x^2 + \tau_m x + 1 = 0$$

$$\Delta = \tau_m^2 - 4\tau_i \tau_m$$

Pour la plus part des moteur à courant continu $\tau_i < \frac{\tau_m}{4}$ d'où $\Delta > 0$.

Donc :

$$x_1 = \frac{-\tau_m + \sqrt{\tau_m^2 - 4\tau_i \tau_m}}{2\tau_i \tau_m}$$

$$x_2 = \frac{-\tau_m - \sqrt{\tau_m^2 - 4\tau_i \tau_m}}{2\tau_i \tau_m}$$

La solution libre s'écrit :

$$\omega_{rl} = A_1 e^{x_1 t} + A_2 e^{x_2 t}$$

D'où

$$\omega_r = A_1 e^{x_1 t} + A_2 e^{x_2 t} + \frac{U}{K'}$$

$$\text{A } t = 0, \omega_r = 0, \frac{\partial \omega_r}{\partial t} = 0$$

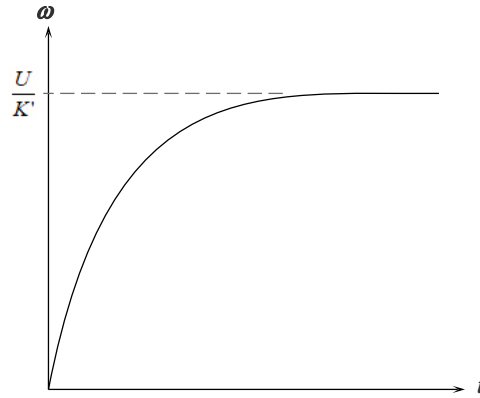
$$\begin{cases} A_1 + A_2 = -\frac{U}{K'} \\ A_1 x_1 + A_2 x_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A_1 = \frac{x_2}{x_1 - x_2} \frac{U}{K'} \\ A_2 = -\frac{x_1}{x_1 - x_2} \frac{U}{K'} \end{cases}$$

Donc :

$$\omega_r(t) = \frac{U}{K'} \left(1 + \frac{x_2}{x_1 - x_2} e^{x_1 t} - \frac{x_1}{x_1 - x_2} e^{x_2 t} \right)$$

$$\text{à } t = 0, \omega_r = 0$$

$$\text{à } t = +\infty, \omega_r = \frac{U}{K'}$$



Expression du courant

D'après l'équation 9

$$i_i(t) = \frac{J}{K'} \frac{\partial \omega_r}{\partial t} = \frac{J}{K'} \frac{U}{K'} \left(\frac{x_2 x_1}{x_1 - x_2} e^{x_1 t} - \frac{x_1 x_2}{x_1 - x_2} e^{x_2 t} \right)$$

$$i_i(t) = \frac{J}{K'} \frac{\partial \omega_r}{\partial t} = \frac{J}{K'^2} U \frac{x_2 x_1}{x_1 - x_2} (e^{x_1 t} - e^{x_2 t})$$

$$x_2 x_1 = \frac{1}{\tau_i \tau_m} = \frac{K'^2}{J L_i}$$

$$\Rightarrow i_i(t) = \frac{U}{L_i(x_1 - x_2)} (e^{x_1 t} - e^{x_2 t})$$

L'évolution du courant en fonction du temps est donnée par la figure 3

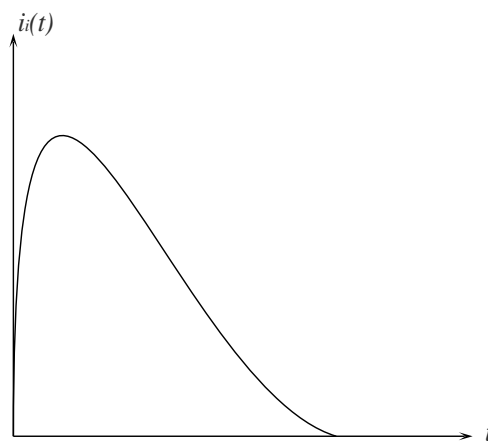


Figure 3

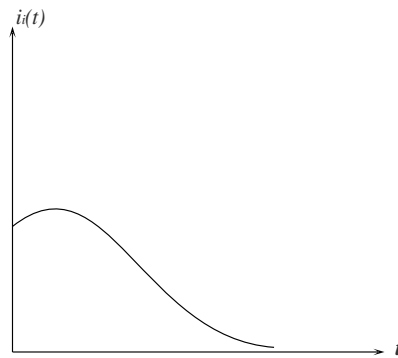
- Si on considère que

$$\tau_m \gg \tau_i$$

$$x_1 = \frac{1}{\tau_i} \text{ et } x_2 = 0$$

L'expression du courant devient

$$i_i(t) = \frac{U}{R_i} e^{\frac{-t}{\tau_m}}$$



Pour un couple résistant ($C_r=0$)

$$C_{em} = K' i_i(t) = J' \frac{\partial \omega_r}{\partial t} + C_r$$

$$i_i(t) = \frac{J'}{K'} \frac{\partial \omega_r}{\partial t} + \frac{C_r}{K'} \dots \dots \dots (12)$$

L'expression de l'équation 7 devient :

$$U_i(t) = L_i \frac{J'}{K'} \frac{\partial^2 \omega_r(t)}{\partial t^2} + R_i \frac{J'}{K'} \frac{\partial \omega_r(t)}{\partial t} + \frac{R_i C_r}{K'} + K' \omega_r(t)$$

$$\frac{U_i(t)}{K'} - \frac{R_i C_r}{K'^2} = L_i \frac{J'}{K'^2} \frac{\partial^2 \omega_r(t)}{\partial t^2} + R_i \frac{J'}{K'^2} \frac{\partial \omega_r(t)}{\partial t} + \omega_r(t)$$

$$\frac{U_i(t)}{K'^2} - \frac{R_i C_r}{K'^2} = \tau_i \tau_m \frac{\partial^2 \omega_r(t)}{\partial t^2} + \tau_m \frac{\partial \omega_r(t)}{\partial t} + \omega_r(t)$$

La composante forcée :

$$\omega_{rp}(t) = \frac{U_i(t)}{K'^2} - \frac{R_i C_r}{K'^2}$$

La composante du régime libre

$$\omega_{rl}(t) = A_1 e^{x_1 t} + A_2 e^{x_2 t}$$

D'où :

$$\omega_r(t) = \left(\frac{U_i(t)}{K'^2} - \frac{R_i C_r}{K'^2} \right) + A_1 e^{x_1 t} + A_2 e^{x_2 t}$$

A $t=0$ $\omega_r(t) = 0$ et $\frac{\partial \omega_r(t)}{\partial t} = 0$

$$\begin{cases} A_1 + A_2 + \left(\frac{U_i(t)}{K'^2} - \frac{R_i C_r}{K'^2} \right) = 0 \dots \dots \dots (1) \\ x_1 A_1 + x_2 A_2 = 0 \dots \dots \dots (2) \end{cases}$$

$$A_1 = -A_2 - \left(\frac{U_i(t)}{K'^2} - \frac{R_i C_r}{K'^2} \right)$$

On remplace dans 2 :

$$-x_1 A_2 - x_1 \left(\frac{U_i(t)}{K'^2} - \frac{R_i C_r}{K'^2} \right) + x_2 A_2 = 0$$

$$A_2 = \frac{x_1}{x_2 - x_1} \left(\frac{U_i(t)}{K'^2} - \frac{R_i C_r}{K'^2} \right)$$

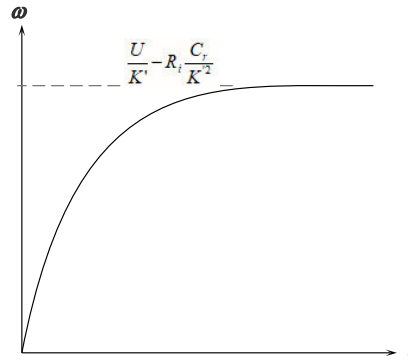
$$A_1 = -\frac{x_1}{x_2 - x_1} \left(\frac{U_i(t)}{K'^2} - \frac{R_i C_r}{K'^2} \right) - \left(\frac{U_i(t)}{K'^2} - \frac{R_i C_r}{K'^2} \right) \frac{x_2}{x_2 - x_1} + \left(\frac{U_i(t)}{K'^2} - \frac{R_i C_r}{K'^2} \right) \frac{x_1}{x_2 - x_1}$$

$$A_1 = -\frac{x_2}{x_2 - x_1} \left(\frac{U_i(t)}{K'^2} - \frac{R_i C_r}{K'^2} \right)$$

Donc :

$$\omega_r(t) = \left(\frac{U_i(t)}{K'^2} - \frac{R_i C_r}{K'^2} \right) - \frac{x_2}{x_2 - x_1} \left(\frac{U_i(t)}{K'^2} - \frac{R_i C_r}{K'^2} \right) e^{x_1 t} + \frac{x_1}{x_2 - x_1} \left(\frac{U_i(t)}{K'^2} - \frac{R_i C_r}{K'^2} \right) e^{x_2 t}$$

$$\omega_r(t) = \left(\frac{U_i(t)}{K'^2} - \frac{R_i C_r}{K'^2} \right) \left[1 + \frac{x_2}{x_2 - x_1} e^{x_1 t} + \frac{x_1}{x_2 - x_1} e^{x_2 t} \right]$$



L'expression du courant d'induit :

$$i_i(t) = \frac{J'}{K'} \frac{\partial \omega_r}{\partial t} + \frac{C_r}{K'}$$

$$i_i(t) = + \frac{C_r}{K'} + \frac{J'}{K'} \left(\frac{U_i(t)}{K'^2} - \frac{R_i C_r}{K'^2} \right) \left[\frac{x_2 x_1}{x_1 - x_2} (e^{x_1 t} - e^{x_2 t}) \right]$$

Remarque :

L'inertie de démarrage en charge est supérieure à celle à vide $J' = J + J_{ch}$; donc la constante de temps est supérieure à celle du régime précédent.

- L'expression de couple électromagnétique s'établit d'après la formule $C_{em} = K' i_i(t)$.
- Le temps de démarrage ($t_{transmission}$) dépend de la précision du calcul, d'habitude on la choisit à 5%, mais on peut augmenter ou diminuer cette précision.

La valeur précise du temps de démarrage ou transitoire s'obtient d'après l'équation du mouvement de la machine.

En négligeant les pertes de frottement :

$$C_{em} - C_r = J' \frac{\partial \omega_r}{\partial t}$$

$$\Rightarrow \partial t = J' \frac{\partial \omega_r}{C_{em} - C_r}$$

$$\int_{t1=0}^{t2} \partial t = \int_0^{wp} J' \frac{\partial \omega_r}{C_{em} - C_r} \Rightarrow (t_2 - 0) = \frac{J'}{C_{em} - C_r} \omega_{rp}$$

$$t_{tr} = t_2 = \frac{J'}{C_{em} - C_r} \omega_{rp} \quad (J' \text{ est considéré constant})$$

En général la durée du passage d'une vitesse ω_1 à une vitesse ω_2 est fournie par :

$$t_{1-2} = \int_{\omega_1}^{\omega_2} J' \frac{\partial \omega_r}{C_{em} - C_r}$$

$J' = cst \Leftrightarrow C_{dyn} = C_{em} - C_r = cst$, la durée entre les deux vitesses est donnée par :

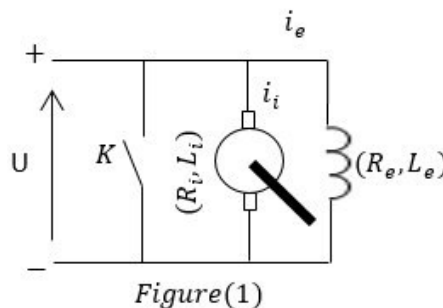
$$t_{1-2} = J' \frac{\omega_2 - \omega_1}{C_{em} - C_r}$$

Cette formule permet d'évaluer la durée de ralentissement du moteur après le déclenchement

2) Court-circuit brusque d'une génératrice à excitation shunt

Considérons la génératrice à CC shunt de la figure ci-dessous, initialement la génératrice fonctionne en régime permanent caractérisée par les valeurs, U_0, I_{i0}, I_{e0}

La mise en court-circuit est simulé par la fermeture de l'interrupteur K.



Les équations électriques régissant le fonctionnement de la machine en court-circuit sont :

$$R_i i_i(t) + L_i \frac{\partial i_i(t)}{\partial t} + K \phi_e \omega_r = 0 \dots \dots \dots (13)$$

$$R_e i_e(t) + L_e \frac{\partial i_e(t)}{\partial t} = 0 \dots \dots \dots (14)$$

La f.e.m induite (f.e.m de rotation) s'écrit aussi :

$$e_i = M_{ie} i_e i_i = K \phi_e i_i$$

L'équation 13 devient :

$$R_i i_i(t) + L_i \frac{\partial i_i(t)}{\partial t} + M_{ie} i_e \omega_r = 0 \dots \dots \dots (15)$$

De 14 $i_e(t) = A e^{-\frac{t}{\tau_e}}$

A $t=0$, $i_e(0) = I_{e0} = \frac{U_0}{R_e} = A$

D'où $i_e(t) = \frac{U_0}{R_e} e^{-\frac{t}{\tau_e}} \dots \dots \dots (16)$

En remplaçant par l'expression de $i_e(t)$ dans 16 :

$$R_i i_i(t) + L_i \frac{\partial i_i(t)}{\partial t} + M_{ie} \frac{U_0}{R_e} e^{-\frac{t}{\tau_e}} \omega_r = 0$$

Equation différentielle de premier ordre :

$$i_i(t) = i_{ip}(t) + i_{il}(t)$$

$$i_{ip}(t) = -\frac{M_{ie} U_0}{R_i R_e} e^{-\frac{t}{\tau_e}} \omega_r$$

$$i_{il}(t) = A e^{-\frac{t}{\tau_i}}$$

$$i_i(t) = -\frac{M_{ie} U_0}{R_i R_e} e^{-\frac{t}{\tau_e}} \omega_r + A e^{-\frac{t}{\tau_i}}$$

A $t=0$

$$i_i(0) = I_0 = -\frac{M_{ie} U_0}{R_i R_e} e^{-\frac{t}{\tau_e}} \omega_r + A'$$

$$A' = I_0 + \frac{M_{ie} U_0}{R_i R_e} \omega_r$$

$$i_i(t) = I_0 e^{-\frac{t}{\tau_i}} + \frac{M_{ie} U_0}{R_i R_e} \omega_r (e^{-\frac{t}{\tau_i}} - e^{-\frac{t}{\tau_e}})$$

Chapitre II : Régime Transitoire de la Machine Asynchrone

1. Introduction

Pour l'étude du régime transitoire de la machine asynchrone, un modèle mathématique qui régit le fonctionnement est indispensable.

Hypothèse de travail

- Le bobinage de la machine est reparti de manière à donner une f.m.m sinusoïdale dans le cas d'une alimentation par les courants sinusoïdaux ;
- La machine fonctionne dans la zone non saturée (linéaire) ;
- Le phénomène d'hystérésis et de courant de Foucault sont négligés ;
- L'effet de peau est négligé.

Signification des hypothèses

- Les flux sont additifs
- Variation sinusoïdale des inductances mutuelles entre les enroulements statorique et rotorique en fonction de θ
- Les inductances propres sont constantes

2. Equation de la machine asynchrone en régime quelconque

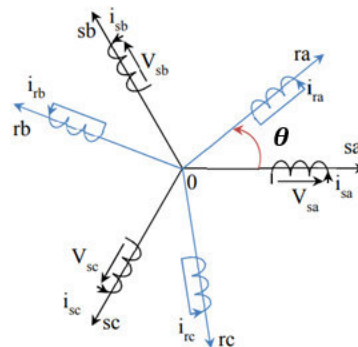


Figure 1 Représentation des enroulements statorique et rotorique de la machine asynchrone

Les phases rotorique sont court-circuitées sur elle-même, on exprime ces trois tensions statorique par une écriture matricielle condensée :

$$[v_{sabc}] = R_s [i_{sabc}] + \frac{d}{dt} [\varphi_{sabc}]$$

$$\begin{bmatrix} v_{sa} \\ v_{sb} \\ v_{sc} \end{bmatrix} = R_s \begin{bmatrix} i_{sa} \\ i_{sb} \\ i_{sc} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \varphi_{sa} \\ \varphi_{sb} \\ \varphi_{sc} \end{bmatrix}$$

La résistance statorique étant la même pour les trois phases

Tension rotorique :

$$[v_{rabc}] = R_r[i_{rabc}] + \frac{d}{dt}[\varphi_{rabc}] = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Chaque flux comporte une interaction avec le courant de toutes les phases y compris la sienne

Exemple de la phase « a » statorique :

$$\varphi_{sa} = l_s i_{sa} + m_s i_{sb} + m_s i_{sc} + m_1 i_{ra} + m_2 i_{rb} + m_3 i_{rc}$$

$$\begin{bmatrix} \varphi_{sa} \\ \varphi_{sb} \\ \varphi_{sc} \\ \dots \\ \varphi_{ra} \\ \varphi_{rb} \\ \varphi_{rc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_s & m_s & m_s & \vdots & m_1 & m_3 & m_2 \\ m_s & l_s & m_s & \vdots & m_2 & m_1 & m_3 \\ m_s & m_s & l_s & \vdots & m_3 & m_2 & m_1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ m_1 & m_2 & m_3 & \vdots & l_r & m_r & m_r \\ m_3 & m_1 & m_2 & \vdots & m_r & l_r & m_r \\ m_2 & m_3 & m_1 & \vdots & m_r & m_r & l_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sa} \\ i_{sb} \\ i_{sc} \\ \dots \\ i_{ra} \\ i_{rb} \\ i_{rc} \end{bmatrix}$$

Avec :

l_s : Inductance propre d'une phase statorique ;

l_r : Inductance propre d'une phase rotorique ;

m_s : Inductance mutuelle entre deux phases statorique ;

m_r : Inductance Mutuelle entre deux phases rotorique .

$$m_1 = m_{sr} \cos(\theta)$$

$$m_2 = m_{sr} \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$m_3 = m_{sr} \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right)$$

Ou :

m_{sr} : Maximum de l'inductance mutuelle entre une phase statorique et une phase rotorique.

3. Transformation triphasé-diphasé

Le but de l'utilisation de cette transformation est de passer d'un système de trois phases à un système en deux phases. Ce qui facilite la résolution du système d'équation ainsi que l'étude du régime transitoire.

Il existe principalement deux transformations : **Clark** et **Concordia**

- La transformation de **Clark** conserve l'amplitude des grandeurs mais pas la puissance
- La transformation de Concordia qui est normée, elle conserve la puissance mais pas les amplitudes.

a. Transformation de Concordia :

$$\begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix} \xrightarrow{T_{23}} \begin{bmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \end{bmatrix} \text{ c\`ad } \begin{bmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \end{bmatrix} = T_{23} \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix}$$

Avec :

$$T_{23} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos(0) & \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) \\ \sin(0) & \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(\frac{4\pi}{3}\right) \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{2}}{3} & -\frac{\sqrt{2}}{3} \end{bmatrix}$$

Mais en réalité dans le cas d'une machine ou alimentation non équilibrée il y'a ce qu'on appelle la composante homopolaire « o » alors la matrice T_{23} devient T_{33} .

$$T_{33} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos(0) & \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) \\ \sin(0) & \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(\frac{4\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{2}}{3} & -\frac{\sqrt{2}}{3} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix} \xrightarrow{T_{33}} \begin{bmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \\ x_o \end{bmatrix} \text{ c\`ad } \begin{bmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \\ x_o \end{bmatrix} = T_{33} \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix}$$

D'après les hypothèses qui sont émises, on induit l'annulation des composantes homopolaire.

b. Transformation de Clark

$$\begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix} \xrightarrow{C_{23}} \begin{bmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \end{bmatrix} \text{ c\`ad } \begin{bmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \end{bmatrix} = C_{23} \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix}$$

Avec

$$C_{23} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(0) & \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) \\ \sin(0) & \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(\frac{4\pi}{3}\right) \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{2}}{3} & -\frac{\sqrt{2}}{3} \end{bmatrix}$$

Le cas général

$$C_{23} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{2}}{3} & -\frac{\sqrt{2}}{3} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix} \xrightarrow{C_{33}} \begin{bmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \\ x_o \end{bmatrix} \xrightarrow{c\grave{a}d} \begin{bmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \\ x_o \end{bmatrix} = C_{33} \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix}$$

4. Modélisation de la M.A.S dans la base de Concordia

On applique la matrice de passage T23 au système de tension (Statorique et rotorique).

Stator :

$$T_{23}[v_{sabc}] = [v_{s\alpha\beta}] = T_{23}\{R_s[i_{sabc}] + \frac{d}{dt}[\varphi_{sabc}]\}$$

$$[v_{s\alpha\beta}] = T_{23}R_s[i_{sabc}] + T_{23}\frac{d}{dt}[\varphi_{sabc}]$$

$$[v_{s\alpha\beta}] = R_s[i_{s\alpha\beta}] + \frac{d}{dt}[\varphi_{s\alpha\beta}]$$

Rotor :

$$[v_{r\alpha\beta}] = R_r[i_{r\alpha\beta}] + \frac{d}{dt}[\varphi_{r\alpha\beta}]$$

Expression des flux :

$$\begin{bmatrix} \varphi_{s\alpha\beta} \\ \dots \\ \varphi_{s\alpha\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s & 0 & \vdots & Mp(\theta) \\ 0 & L_s & \vdots & \\ \dots & \dots & \vdots & \dots \\ Mp(\theta) & \vdots & 0 & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s\alpha\beta} \\ \dots \\ i_{s\alpha\beta} \end{bmatrix}$$

Avec :

$$p(\theta) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \text{ et } p(-\theta) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix}$$

Alors on obtient au final le système d'équation suivant :

$$\begin{cases} v_{s\alpha} = R_s i_{s\alpha} + \frac{d}{dt} [L_s i_{s\alpha} + M(\cos(\theta) i_{r\alpha} - \sin(\theta) i_{r\beta})] \\ v_{s\beta} = R_s i_{s\beta} + \frac{d}{dt} [L_s i_{s\beta} + M(\cos(\theta) i_{r\alpha} + \sin(\theta) i_{r\beta})] \\ v_{r\alpha} = R_r i_{r\alpha} + \frac{d}{dt} [L_r i_{r\alpha} + M(\cos(\theta) i_{s\alpha} + \sin(\theta) i_{s\beta})] = 0 \\ v_{r\beta} = R_r i_{r\beta} + \frac{d}{dt} [L_r i_{r\beta} + M(\cos(\theta) i_{s\beta} - \sin(\theta) i_{s\alpha})] = 0 \end{cases}$$

Avec

$$L_s = l_s - m_s \text{ et } L_r = l_r - m_r \text{ et } M = \frac{3}{2} m_{sr}$$

Nous remarquons qu'il y'a un fort couplage entre les tensions et flux statorique avec ceux du rotor par « θ » d'après la matrice d'inductance ; c'est la raison de l'apparition de la transformation de Park ou dite repère « DQ ».

5. Transformation de Park

C'est une série de transformation de triphasé-diphasé suivit d'une matrice de rotation ; le repère dq est mobile, il forme avec le repère de (Concordia ou Clark) un angle de transformation qu'on appelé l'angle de Park.

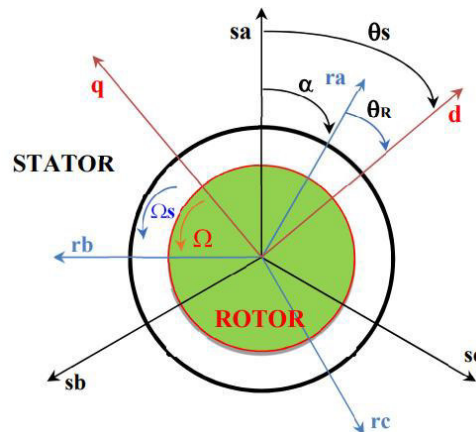


Figure 2 Repère dq tournant (Park)

Si l'on note par θ_s et θ_r l'angle de transformation de Park du stator et du rotor respectivement, il existe une relation qui simplifie les équations et par la même le model final.

Les repères de la transformation de Park des grandeurs statorique et celle des grandeurs rotoriques doivent coïncider pour simplifier ces équations ceci se fait en liant les angles θ_s et θ_r par la relation :

$$\theta_s = \theta + \theta_r$$

Les grandeurs statorique sont transformées

$$[x_{s\alpha\beta}] = p(\theta_s)[x_{sdq}]$$

Les grandeurs rotoriques

$$[x_{r\alpha\beta}] = p(\theta_s)[x_{rdq}]$$

Les équations de tensions deviennent

$$\begin{cases} v_{sd} = R_s i_{sd} - \omega_s \varphi_{sq} + \frac{d}{dt} \varphi_{sd} \\ v_{sq} = R_s i_{sq} + \omega_s \varphi_{sd} + \frac{d}{dt} \varphi_{sq} \\ v_{rd} = R_r i_{rd} - \omega \varphi_{rq} + \frac{d}{dt} \varphi_{rd} \\ v_{rq} = R_r i_{rq} + \omega \varphi_{rd} + \frac{d}{dt} \varphi_{rq} \end{cases}$$

Les équations des flux magnétiques deviennent :

$$\begin{cases} \varphi_{sd} = L_s i_{sd} + M i_{rd} \\ \varphi_{sq} = L_s i_{sq} + M i_{rq} \\ \varphi_{rd} = L_r i_{rd} + M i_{sd} \\ \varphi_{rq} = L_r i_{rq} + M i_{sq} \end{cases}$$

L'équation du couple électromagnétique :

$$C_{em} = \frac{pM}{L_r} (\varphi_{rd} i_{sd} + \varphi_{rq} i_{sq})$$

6. Choix du référentiel

a. Référentiel lié au stator

Ce référentiel est immobile par rapport au stator, donc immobile tout court. Il est préférable pour étudier les variations importantes de la vitesse rotation.

$$\frac{d\theta_s}{dt} = 0 \text{ et } \frac{d\theta_r}{dt} = \omega_r$$

Donc le système d'équations de tension devient :

$$\begin{cases} v_{sd} = R_s i_{sd} + \frac{d}{dt} \varphi_{sd} \\ v_{sq} = R_s i_{sq} + \frac{d}{dt} \varphi_{sq} \\ v_{rd} = R_r i_{rd} - \omega_r \varphi_{rq} + \frac{d}{dt} \varphi_{rd} \\ v_{rq} = R_r i_{rq} + \omega_r \varphi_{rd} + \frac{d}{dt} \varphi_{rq} \end{cases}$$

b. Référentiel fixé par rapport au rotor

Ce référentiel est lié au rotor, donc il tourne à la même vitesse que lui. Un observateur placé sur ce référentiel verrait la vitesse constante. Ce référentiel est donc préférable pour l'étude des exemples où la vitesse de rotation peut être considérée comme constante.

$$\frac{d\theta_s}{dt} = \omega_r \text{ et } \frac{d\theta_r}{dt} = 0$$

Le système d'équations de tension devient :

$$\begin{cases} v_{sd} = R_s i_{sd} - \omega_r \varphi_{sq} + \frac{d}{dt} \varphi_{sd} \\ v_{sq} = R_s i_{sq} + \omega_r \varphi_{sd} + \frac{d}{dt} \varphi_{sq} \\ v_{rd} = R_r i_{rd} + \frac{d}{dt} \varphi_{rd} \\ v_{rq} = R_r i_{rq} + \frac{d}{dt} \varphi_{rq} \end{cases}$$

c. Référentiel fixé par rapport au champ tournant

Ce référentiel est lié au champ tournant, donc il tourne à la vitesse de synchronisme. Il est donc préférable pour l'étude des exemples où la fréquence d'alimentation est constante. Il est aussi utilisé dans l'alimentation des moteurs à fréquence variable, lorsque l'on désire étudier sa fonction de transfert vis-à-vis des petites perturbations.

$$\frac{d\theta_s}{dt} = \omega \text{ et } \frac{d\theta_r}{dt} = g\omega$$

Le système d'équations de tension devient :

$$\begin{cases} v_{sd} = R_s i_{sd} - \omega \varphi_{sq} + \frac{d}{dt} \varphi_{sd} \\ v_{sq} = R_s i_{sq} + \omega \varphi_{sd} + \frac{d}{dt} \varphi_{sq} \\ v_{rd} = R_r i_{rd} - g\omega \varphi_{rq} + \frac{d}{dt} \varphi_{rd} \\ v_{rq} = R_r i_{rq} + g\omega \varphi_{rd} + \frac{d}{dt} \varphi_{rq} \end{cases}$$

7. Etudes des régimes transitoires dans la machine asynchrone triphasée

Plusieurs types de régimes transitoires électriques peuvent être apparaître durant le fonctionnement de la machine asynchrone. Parmi les régimes les plus fréquents on peut citer :

- Régime transitoire de démarrage ;
- Régime transitoire de freinage ;
- Régime transitoire dû au changement du couple résistant ;
- Régime transitoire dû court-circuit en phases.

L'étude de ces régimes nécessite l'utilisation de la méthode de superposition (Calcul opérationnel) et connaissance des valeurs des grandeurs durant les régimes initiaux permanents précédant l'apparition du régime perturbé.

Tableau 1 Valeurs initiales des grandeurs dans la machine asynchrone

Régime initial	Régime transitoire
$V_{abc0}, I_{abc0}, \varphi_{abc0}, \omega_{r0}$	$V_{abc}, I_{abc}, \varphi_{abc}, \omega_r$
$V_{dq0}, I_{dq0}, \varphi_{dq0}, \omega_{r0}$	$V_{dq}, I_{dq}, \varphi_{dq}, \omega_r$

Durant la perturbation toutes les grandeurs sont soumises à des variations définies par :

$$\Delta V_{abc}(t) = V_{abc}(t) - V_{abc0}(t)$$

$$\Delta I_{abc}(t) = I_{abc}(t) - I_{abc0}(t)$$

$$\Delta \varphi_{abc}(t) = \varphi_{abc}(t) - \varphi_{abc0}(t)$$

Les équations de la machine asynchrone en régimes perturbé sont soumises aux mêmes lois décrites précédemment de la machine asynchrone.

a. Formulation opérationnelle des équations électriques

On suppose que le rotor est en court-circuit donc v_{dr} et v_{qr} sont nulles. La vitesse de rotation est considérée constante donc on ne s'intéresse qu'aux régimes transitoires électriques et par conséquence on peut choisir un référentiel lié au rotor.

$$\begin{cases} v_{sd} = R_s i_{sd} - \omega_r \varphi_{sq} + \frac{d}{dt} \varphi_{sd} \\ v_{sq} = R_s i_{sq} + \omega_r \varphi_{sd} + \frac{d}{dt} \varphi_{sq} \\ v_{rd} = R_r i_{rd} + \frac{d}{dt} \varphi_{rd} = 0 \\ v_{rq} = R_r i_{rq} + \frac{d}{dt} \varphi_{rq} = 0 \end{cases}$$

Et nous avons aussi :

$$\begin{cases} \varphi_{sd} = L_s i_{sd} + M i_{rd} \\ \varphi_{sq} = L_s i_{sq} + M i_{rq} \\ \varphi_{rd} = L_r i_{rd} + M i_{sd} \\ \varphi_{rq} = L_r i_{rq} + M i_{sq} \end{cases}$$

b. Détermination des inductances opérationnelles de la machine

En vue d'étudier le régime transitoire, il faut exprimer les variables statoriques φ_{sd} et φ_{sq} en fonction de i_{sd} et i_{sq} respectivement en éliminant toutes les variables rotoriques.

En appliquant la transformée de Laplace sur les équations rotoriques et statoriques on trouve :

$$\begin{cases} R_r i_{rd} + p\varphi_{rd} = 0 \\ R_r i_{rq} + p\varphi_{rq} = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} p\varphi_{rd} = -R_r i_{rd} \\ p\varphi_{rq} = -R_r i_{rq} \end{cases}$$

$$p\varphi_{rd} = pL_r i_{rd} + pMi_{sd} = -R_r i_{rd} \Rightarrow i_{rd} = -\frac{pMi_{sd}}{R_r + pL_r}$$

En remplaçant i_{rd} dans l'expression de φ_{sd} on trouve :

$$\begin{aligned} \varphi_{sd} &= L_s i_{sd} + M i_{rd} = L_s i_{sd} + M \left[-\frac{pMi_{sd}}{R_r + pL_r} \right] \\ \varphi_{sd} &= \frac{L_s(R_r + pL_r) - pM^2}{R_r + pL_r} i_{sd} = L_s \frac{R_r + p\left(L_r - \frac{M^2}{L_s}\right)}{R_r + pL_r} i_{sd} = L_s \frac{R_r + pL_r\left(1 - \frac{M^2}{L_r L_s}\right)}{R_r + pL_r} i_{sd} \\ \varphi_{sd} &= L_s \frac{1 + p\frac{L_r}{R_r}\left(1 - \frac{M^2}{L_r L_s}\right)}{1 + p\frac{L_r}{R_r}} i_{sd} \end{aligned}$$

On pose :

$$N_r = \left(L_r - \frac{M^2}{L_s}\right) = L_r \left(1 - \frac{M^2}{L_r L_s}\right) ; \tau_0 = \frac{L_r}{R_r} \text{ et } \tau = \frac{N_r}{R_r}$$

N_r : Inductance cyclique de fuite totale vue du rotor ;

τ_0 : Constante de temps du rotor, circuit ouvert ;

τ : Constante de temps du rotor, court-circuit.

En écrit alors :

$$\varphi_{sd} = L_s \frac{1 + p\tau}{1 + p\tau_0} i_{sd} = L_s(p) i_{sd}$$

Avec :

$$L_s(p) = L_s \frac{1 + p\tau}{1 + p\tau_0}$$

La machine étant symétrique, on retrouve les mêmes équations sur l'axe en quadrature « q »

$$\varphi_{sq} = L_s \frac{1 + p\tau}{1 + p\tau_0} i_{sq} = L_s(p) i_{sq}$$

L'inductance opérationnelle $L_s(p)$ peut s'écrire aussi sous une autre forme.

$$L_s(p) = L_s \frac{\tau}{\tau_0} \frac{p + \frac{1}{\tau}}{p + \frac{1}{\tau_0}} = N_s \frac{p + \lambda}{p + \lambda_0} \text{ Avec } N_s = N_r \cdot \frac{L_s}{L_r}$$

c. Application de la perturbation aux équations électriques

On écrit les équations électriques et magnétiques telles qu'elles devraient être, c'est-à-dire en ajoutant les termes « Δ » et « p »

$$\begin{cases} \Delta v_{sd}(p) = R_s \Delta i_{sd} - \omega_r \Delta \varphi_{sq} + p \Delta \varphi_{sd} \\ \Delta v_{sq}(p) = R_s \Delta i_{sq} + \omega_r \Delta \varphi_{sd} + p \Delta \varphi_{sq} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \varphi_{sd} = L_s(p) \cdot \Delta i_{sd}(p) \\ \varphi_{sq} = L_s(p) \cdot \Delta i_{sq}(p) \end{cases}$$

En remplaçant les flux dans les équations de tension on obtient :

$$\begin{cases} \Delta v_{sd}(p) = R_s \Delta i_{sd} - \omega_r L_s(p) \cdot \Delta i_{sq}(p) + p L_s(p) \cdot \Delta i_{sd}(p) \\ \Delta v_{sq}(p) = R_s \Delta i_{sq} + \omega_r L_s(p) \cdot \Delta i_{sd}(p) + p L_s(p) \cdot \Delta i_{sq}(p) \end{cases}$$

En écriture matricielle :

$$\begin{bmatrix} \Delta v_{sd}(p) \\ \Delta v_{sq}(p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + p L_s(p) & -\omega_r L_s(p) \\ \omega_r L_s(p) & R_s + p L_s(p) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta i_{sd}(p) \\ \Delta i_{sq}(p) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta v_{sd}(p) \\ \Delta v_{sq}(p) \end{bmatrix} = [\Upsilon] \cdot \begin{bmatrix} \Delta i_{sd}(p) \\ \Delta i_{sq}(p) \end{bmatrix}$$

Avec :

$$[\Upsilon] = \begin{bmatrix} R_s + p L_s(p) & -\omega_r L_s(p) \\ \omega_r L_s(p) & R_s + p L_s(p) \end{bmatrix}$$

La solution directe de ce système d'équations donne l'expression des tensions de v_{sq} et v_{sd} en connaissant i_{sq} et i_{sd} .

Le problème inverse donne l'expression des courants i_{sq} et i_{sd} en fonction de v_{sq} et v_{sd} . Le système inverse se présente comme suit :

$$\begin{bmatrix} \Delta i_{sd}(p) \\ \Delta i_{sq}(p) \end{bmatrix} = \frac{1}{\det Y} (com Y)^t \begin{bmatrix} \Delta v_{sd}(p) \\ \Delta v_{sq}(p) \end{bmatrix}$$

Les deux systèmes développés (directe et inverse) nous permettent d'étudier certain régime transitoire tel que le court-circuit et la déconnexion de la machine du réseau.

Les deux systèmes développés (directe et inverse) nous permettent d'étudier certain régime transitoire tel que le court-circuit et la déconnexion de la machine du réseau.

Pour les problèmes inverses (changement brusques) les solutions sont liées aux racines du d'énomérateur

$$\begin{aligned} D &= (R_s + pL_s(p))^2 - \omega_r^2 L_s^2(p) \\ D &= R_s^2 + p^2 L_s^2(p) + 2R_s p L_s(p) - \omega_r^2 L_s^2(p) \\ D &= L_s^2(p) \left\{ \frac{R_s^2}{L_s^2(p)} + \frac{2R_s}{L_s(p)} p + p^2 - \omega_r^2 \right\} \end{aligned}$$

Le terme $\frac{R_s^2}{L_s^2(p)}$ est relativement (par rapport à ω_r^2) négligeable. La variable p est très grande au début du régime transitoire et par conséquent le terme $L_s(p)$ devient :

$$\lim_{p \rightarrow \infty} L_s(p) = \lim_{p \rightarrow \infty} N_s \frac{p + \lambda}{p + \lambda_0} = N_s$$

On posant $\alpha = \frac{R_s}{N_s}$ le déterminant devient :

$$D = L_s^2(p) \{p^2 + 2\alpha p - \omega_r^2\}$$

Connaissant les conditions initiales, on peut traiter les régimes transitoires. Si les conditions initiales sont celles d'un régime permanent (régi par des grandeurs en dq invariants).

8. Conditions initiales des régimes transitoires

a. Démarrage direct de la machine :

Pour un démarrage direct de la machine à partir d'un réseau triphasé équilibré de pulsation ω et de valeur efficace V_s . Toutes les valeurs initiales sont nulles.

$$\begin{cases} \Delta V_{ds}(p) = V_{ds}(p) - \Delta V_{ds0}(p) \\ \Delta V_{qs}(p) = V_{qs}(p) - \Delta V_{dq s0}(p) \end{cases}$$

Les valeurs de $V_{ds}(p)$ et $V_{qs}(p)$ pendant le régime transitoire sont imposées par le réseau triphasé équilibré. En appliquant la transformée Park au système de tensions triphasées équilibrées.

Après calculer les expressions de ΔV_{ds} et ΔV_{qs} sont les suivantes :

$$\begin{cases} \Delta V_{ds}(p) = 0 - 0 = 0 \\ \Delta V_{qs}(p) = \frac{\sqrt{2}V_s}{p} - 0 = \frac{\sqrt{2}V_s}{p} \end{cases}$$

b. Court-circuit triphasé entre phases

Un court-circuit entre phases rend les trois tensions statoriques nulles $V_{as} = V_{bs} = V_{cs} = 0$ et par conséquent les tensions dq $V_{ds} = V_{qs} = 0$. Le régime initial est un régime permanent asynchrone caractérisé par des grandeurs dq constantes.

$$\begin{cases} \Delta V_{ds}(p) = 0 - 0 = 0 \\ \Delta V_{qs}(p) = 0 - \frac{\sqrt{2}V_s}{p} = -\frac{\sqrt{2}V_s}{p} \end{cases}$$

c. Déconnexion du réseau

Une déconnexion brusque de la machine du réseau rend les trois courants nuls $i_{as} = i_{bs} = i_{cs} = 0$ et par conséquent les courants dq $i_{ds} = i_{qs} = 0$. Le régime initial est un régime permanent asynchrone caractérisé par des grandeurs dq constantes.

$$\begin{cases} \Delta i_{ds}(p) = 0 - \frac{i_{ds0}}{p} = -\frac{i_{ds0}}{p} \\ \Delta i_{qs}(p) = 0 - \frac{i_{qs0}}{p} = -\frac{i_{qs0}}{p} \end{cases}$$

9. Régime transitoire de déconnexion de la machine du réseau

Ce régime est caractérisé par des valeurs initiales non nulles et la caractéristique la plus importante est donc celle des tensions des phases statoriques. Pour étudier ce régime transitoire on fait appel aux équations développées précédemment et on suppose que la vitesse de rotation reste toujours constante est proche de la vitesse de synchronisme pendant la phase de déconnexion. On peut déterminer directement les tensions dq à partir du système d'équation suivant :

$$\begin{bmatrix} \Delta v_{sd}(p) \\ \Delta v_{sq}(p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + pL_s(p) & -\omega_r L_s(p) \\ \omega_r L_s(p) & R_s + pL_s(p) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta i_{sd}(p) \\ \Delta i_{sq}(p) \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} \Delta i_{sd}(p) = -\frac{i_{sd0}}{p} \\ \Delta i_{sq}(p) = -\frac{i_{sq0}}{p} \end{cases}$$

Avec :

$$i_{sd0} = \frac{\sqrt{2}V_s}{\omega L_s p}$$

$$\begin{cases} i_{sd0} = \frac{\sqrt{2}V_s}{\omega L_s} \\ i_{sq0} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} i_{sd0}(p) = \frac{\sqrt{2}V_s}{\omega L_s p} \\ i_{sq0}(p) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Delta v_{sd}(p) = -(R_s + pL_s(p)) \cdot \frac{\sqrt{2}V_s}{\omega L_s p} - \omega_r L_s(p) \cdot 0 = -(R_s + pL_s(p)) \cdot \frac{\sqrt{2}V_s}{\omega L_s p} \\ \Delta v_{sq}(p) = -(R_s + pL_s(p))(0) - \omega_r L_s(p) \cdot \frac{\sqrt{2}V_s}{\omega L_s p} = -\omega_r L_s(p) \cdot \frac{\sqrt{2}V_s}{\omega L_s p} \end{cases}$$

Si on néglige la valeur de la résistance R_s on obtient finalement (avec $\omega_r \approx \omega$) :

$$\begin{cases} \Delta v_{sd}(p) = -L_s(p) \cdot \frac{\sqrt{2}V_s}{\omega L_s} = -N_s \frac{p + \lambda}{p + \lambda_0} \cdot \frac{\sqrt{2}V_s}{\omega L_s} \\ \Delta v_{sq}(p) = -\omega_r L_s(p) \cdot \frac{\sqrt{2}V_s}{\omega L_s p} = -N_s \frac{p + \lambda}{p(p + \lambda_0)} \cdot \frac{\sqrt{2}V_s}{L_s} \end{cases}$$

La transformée inverse de Laplace permet de déterminer les lois temporelles de $\Delta v_{sd}(t)$ et $\Delta v_{sq}(t)$:

$$\begin{aligned} \Delta v_{sd}(t) &= L^{-1} \left[-N_s \frac{p + \lambda}{p + \lambda_0} \cdot \frac{\sqrt{2}V_s}{\omega L_s} \right] = L^{-1} \left(-N_s \cdot \frac{\sqrt{2}V_s}{\omega L_s} \left[1 + \frac{\lambda - \lambda_0}{p + \lambda_0} \right] \right) \\ &= -N_s \cdot \frac{\sqrt{2}V_s}{\omega L_s} \{ \delta(t) + (\lambda - \lambda_0) e^{-\lambda_0 t} \} \\ \Delta v_{sq}(t) &= L^{-1} \left[-N_s \frac{p + \lambda}{p(p + \lambda_0)} \cdot \frac{\sqrt{2}V_s}{L_s} \right] = L^{-1} \left(-N_s \frac{\sqrt{2}V_s}{L_s} \left[\frac{1}{p + \lambda_0} + \frac{\lambda - \lambda_0}{p + \lambda_0} \right] \right) \\ &= -N_s \frac{\sqrt{2}V_s}{L_s} \left\{ e^{-\lambda_0 t} + \left(\frac{\lambda}{\lambda_0} \right) (1 - e^{-\lambda_0 t}) \right\} \end{aligned}$$

En sachant que :

$$\frac{\lambda}{\lambda_0} = \frac{L_s}{N_s}$$

$$v_{sd}(t) = v_{sd0} + \Delta v_{sd}(t) = 0 - N_s \cdot \frac{\sqrt{2}V_s}{\omega L_s} \{ \delta(t) + (\lambda - \lambda_0) e^{-\lambda_0 t} \}$$

$$v_{sq}(t) = v_{sq0} + \Delta v_{sq}(t) = \sqrt{2}V_s - N_s \frac{\sqrt{2}V_s}{L_s} \left\{ e^{-\lambda_0 t} + \left(\frac{\lambda}{\lambda_0} \right) (1 - e^{-\lambda_0 t}) \right\} = -\sqrt{2}V_s \left(\left(1 - \frac{N_s}{L_s} \right) e^{-\lambda_0 t} \right)$$

Si on ne tient pas compte de l'impulsion de Dirac $\delta(t)$ et on néglige $\lambda - \lambda_0$ devant ω . Les lois temporelles des $v_{sd}(t)$ et $v_{sq}(t)$ deviennent alors:

$$v_{sd}(t) = 0$$

$$v_{sq}(t) = -\sqrt{2}V_s \left(\left(1 - \frac{N_s}{L_s} \right) e^{-\lambda_0 t} \right)$$

La transformée de Park inverse permet de déterminer les tensions de phases V_{as} , V_{bs} et V_{cs} .

$$\begin{bmatrix} V_{as}(t) \\ V_{bs}(t) \\ V_{cs}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) & 1 \\ \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & 1 \\ \cos(\theta - \frac{4\pi}{3}) & \sin(\theta - \frac{4\pi}{3}) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ -\sqrt{2}V_s \left(\left(1 - \frac{N_s}{L_s} \right) e^{-\lambda_0 t} \right) \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} V_{as}(t) = -\sqrt{2}V_s \left(\left(1 - \frac{N_s}{L_s} \right) e^{-\lambda_0 t} \right) \sin(\omega t) \\ V_{bs}(t) = -\sqrt{2}V_s \left(\left(1 - \frac{N_s}{L_s} \right) e^{-\lambda_0 t} \right) \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \\ V_{cs}(t) = -\sqrt{2}V_s \left(\left(1 - \frac{N_s}{L_s} \right) e^{-\lambda_0 t} \right) \sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) \end{cases}$$

Application numérique : Pour une machine asynchrone triphasé ayant les paramètres suivants : 220/380V, $L_s=0.0425H$, $L_r=0.0418H$, $M=0.0412H$, $R_s=0.288\Omega$, $R_r=0.158\Omega$ La forme des tensions de phases après la déconnexion de la machine du réseau sont montrées sur la figure suivante.

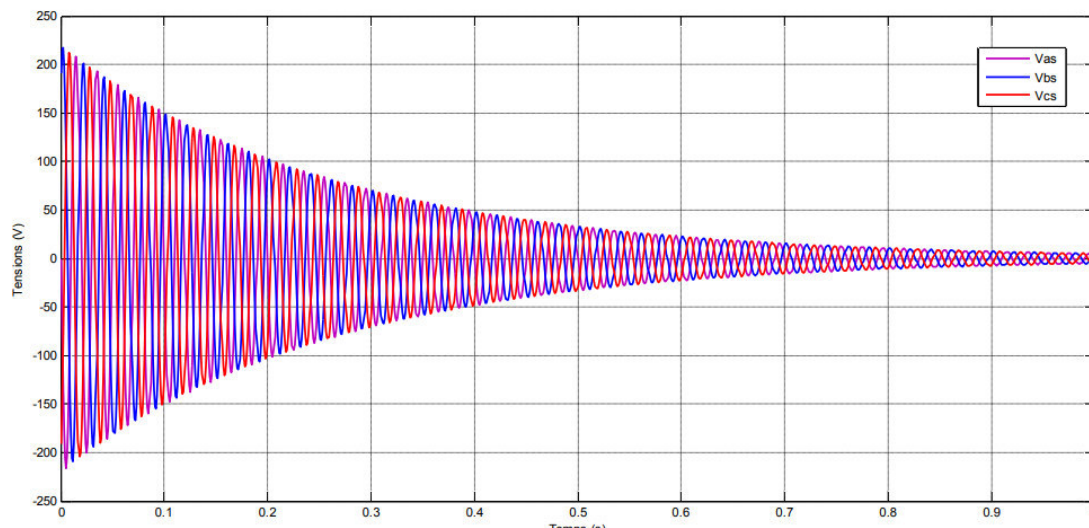


Figure 3 Tension V_{as} , V_{bs} , V_{cs} lors d'une déconnexion du réseau de la machine asynchrone

Chapitre 3 : Régimes Transitoires de la Machine Synchrone

1. Mise en équations des machines synchrones

La machine synchrone est généralement utilisée pour générer l'énergie électrique. La modélisation de la machine synchrone est assez compliquée, pour cela des hypothèses simplificatrices ont été mis en œuvre suivit de l'application de la transformation de Park afin de rendre le système simple analytiquement ou numériquement.

2. Hypothèses simplificatrices

Le modèle retenu repose sur les hypothèses simplificatrices suivantes :

- le circuit magnétique n'est pas saturé, ce qui permet d'exprimer les flux comme fonction linéaire des courants ;
- on néglige l'effet de peau et les courant de Foucault ;
- On admettra que l'ensemble des amortisseurs peut être représenté par deux enroulements fermés en court-circuit sur eux-mêmes, l'un dit « amortisseur d'axe direct », selon '*Od*' (indice D), l'autre dit « amortisseur d'axe en quadrature » selon '*Oq*' (indice Q).

3. Description de la machine synchrone triphasée

La machine synchrone à pôles lisses et à inducteur bobiné possède :

- Trois enroulements statoriques fixes, repérés a, b et c.
- Un enroulement inducteur tournant, repéré f.
- Deux enroulements amortisseurs tournants, repéré D et Q. ces enroulements sont en court-circuit.

L'axe '*Od*' est l'axe de bobinage inducteur ; et l'axe '*Oq*' est situé entre deux pôles, ces deux axes sont en quadrature. Ces axes sont également porte les enroulements amortisseurs D et Q. ils sont liés au rotor et tournent avec lui-même. Les axes *Oa*, *Ob* et *Oc*, sont les axes respectifs des trois enroulements a, b et c du stator. La Figure 1 représente les enroulements fixes et tournants de la machine synchrone triphasée avec amortisseurs .

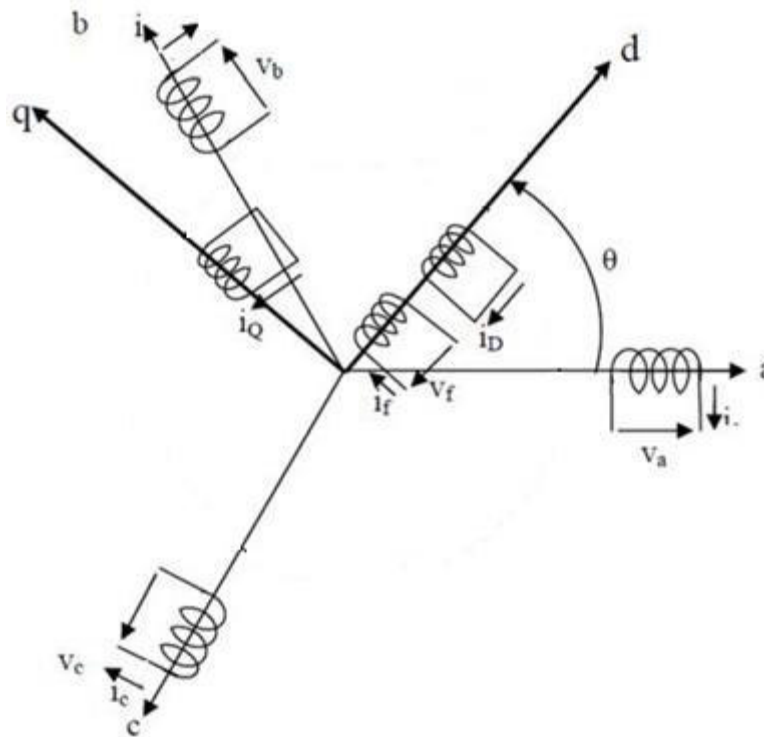


Figure 1. Machine synchrone triphasée avec amortisseurs

4. Modèle en abc d'une machine synchrone à pôles lisse

Le modèle en a, b, c découle directement des équations différentielles à coefficients périodique régissant le fonctionnement de la machine synchrone. La machine à pôles lisses peut être établie par simplification du modèle d'une machine à pôles saillants.

Equations électriques :

$$\text{Induit (Stator)} \begin{cases} v_a = R_a i_a - \frac{d\phi_a}{dt} \\ v_b = R_a i_b - \frac{d\phi_b}{dt} \\ v_c = R_a i_c - \frac{d\phi_c}{dt} \end{cases} \dots\dots\dots(1)$$

$$\text{Inducteur (Rotor)} \begin{cases} v_f = R_f i_f - \frac{d\phi_f}{dt} \\ 0 = R_D i_D - \frac{d\phi_D}{dt} \\ 0 = R_Q i_Q - \frac{d\phi_Q}{dt} \end{cases} \dots\dots\dots(2)$$

Avec :

R_a :résistance d'une phase de l'induit

R_f, R_D, R_Q Résistance de l'inducteur, de l'amortisseur d'axe « d », de l'amortisseur d'axe « q », respectivement ;

$\varphi_k (k = a, b, c, f, D, Q)$: flux d'enroulement traversant l'enroulement k .

- Equation magnétique :

$$\begin{cases} \varphi_s = [L_{ss}]i_s(t) + [M_{sr}]i_r(t) \\ \varphi_r = [L_{rr}]i_r(t) + [M_{rs}]i_s(t) \end{cases} \dots\dots\dots(3)$$

En en tenant compte de l'hypothèse de non-saturation et de feuilletage de circuit magnétique les flux sont liés aux courant par les relations suivantes, et dans lesquelles les coefficients 'L'et 'M'sont en fonctions de l'angle θ :

$$\begin{pmatrix} \varphi_a \\ \varphi_b \\ \varphi_c \\ \varphi_f \\ \varphi_D \\ \varphi_Q \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} L_a & M_{ab} & M_{ac} & M_{af} & M_{aD} & M_{aQ} \\ M_{ab} & L_b & M_{bc} & M_{bf} & M_{bD} & M_{bQ} \\ M_{ac} & M_{bc} & L_c & M_{cf} & M_{cD} & M_{cQ} \\ M_{af} & M_{bf} & M_{cf} & L_f & M_{fD} & M_{fQ} \\ M_{aD} & M_{bD} & M_{cD} & M_{fD} & L_D & M_{DQ} \\ M_{aQ} & M_{bQ} & M_{cQ} & M_{fQ} & M_{DQ} & L_Q \end{bmatrix} \begin{pmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \\ i_f \\ i_D \\ i_Q \end{pmatrix} \dots\dots\dots(4)$$

5. Définitions des matrices inductance

Les matrices sont les mêmes que pour une machine a pôles saillants. Elles sont définies comme suit :

$$[L_{ss}] = \begin{bmatrix} L_a & M_{ab} & M_{ac} \\ M_{ab} & L_b & M_{bc} \\ M_{ac} & M_{bc} & L_c \end{bmatrix}$$

$$[L_{rr}] = \begin{bmatrix} L_f & M_{fD} & 0 \\ M_{fD} & L_D & 0 \\ 0 & 0 & L_Q \end{bmatrix}$$

$$[M_{sr}] = \begin{bmatrix} M_{af} & M_{aD} & M_{aQ} \\ M_{bf} & M_{bD} & M_{bQ} \\ M_{cf} & M_{cD} & M_{cQ} \end{bmatrix}$$

$$[M_{sr}] = [M_{rs}]^T$$

Avec :

$$L_a = L_b = L_c = L_{a0}$$

M_{ab} : Inductance mutuelle entre les phases a et b ;

M_{bc} : Inductance mutuelle entre les phases b et c ;

M_{ca} : Inductance mutuelle entre les phases c et a ;

$M_{af} = M_{fa} \cos(\theta)$: Inductance mutuelle entre l'inducteur et la phase a ;

$M_{bf} = M_{fb} \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right)$: Inductance mutuelle entre l'inducteur et la phase b ;

$M_{cf} = M_{fc} \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right)$: Inductance mutuelle entre l'inducteur et la phase c ;

$M_{aD} = M_{aD} \cos(\theta)$: Inductance mutuelle entre l'amortisseur D et la phase a ;

$M_{bD} = M_{bD} \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right)$: Inductance mutuelle entre l'amortisseur D et la phase b ;

$M_{cD} = M_{cD} \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right)$: Inductance mutuelle entre l'amortisseur D et la phase c ;

$M_{aQ} = M_{aQ} \cos(\theta)$: Inductance mutuelle entre l'amortisseur Q et la phase a ;

$M_{bQ} = M_{bQ} \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right)$: Inductance mutuelle entre l'amortisseur Q et la phase b ;

$M_{cQ} = M_{cQ} \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right)$: Inductance mutuelle entre l'amortisseur Q et la phase c ;

L_f : Inductance propre de l'inducteur ;

L_D : Inductance propre de l'amortisseur D ;

L_Q : Inductance propre de l'amortisseur Q ;

M_{fD} : Inductance mutuelle entre l'inducteur et l'amortisseur D ;

$M_{fQ} = 0$: Inductance mutuelle entre l'inducteur et l'amortisseur Q ;

$M_{DQ} = 0$: Inductance mutuelle entre les deux amortisseurs.

6. Transformation de Park

Le passage vers le repère de Park consiste à transformer les enroulements des phases a, b, c, de la machine vers des enroulements équivalents du point de vue électrique et magnétique disposés sur les axes d et q. Cette transformation linéarise la matrice inductances et d'inductance mutuelles. Dans la transformation de Park on définit une matrice unique de transformation pour les courants, les tensions et les flux, à savoir :

$$p(\theta) = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right) \\ \sin(\theta) & \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

On aura ainsi :

$$[i_{dgo}] = [p(\theta)][i_s], [v_{dgo}] = [p(\theta)][V_s], [\varphi_{dgo}] = [p(\theta)][\varphi_s]$$

Ce type de changement de base présente également l'avantage d'obtenir une matrice de transformation inverse qui est transposée de la matrice de transformation directe :

$$p(\theta^{-1}) = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) & 1 \\ \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & 1 \\ \cos\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right) & \sin\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right) & 1 \end{bmatrix}$$

Avec la transformation de Park, la représentation schématique de la Figure 1 devient :

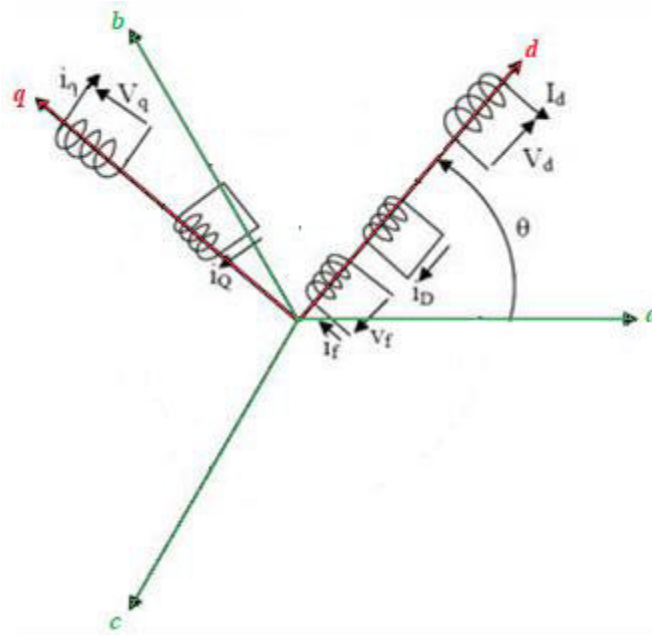


Figure.2 Interprétation de la transformation de Park pour une machine synchrone

- Equations électriques dans les axes d et q

Nous appliquons les changements de variables définis par la matrice $[p(\theta)]$ aux équations de tension on obtient le système d'équation dq suivant :

$$\begin{cases} v_d = -\frac{d\phi_d}{dt} - \phi_q \omega_r - R_s i_d \\ v_q = -\frac{d\phi_q}{dt} + \phi_d \omega_r - R_s i_q \dots\dots\dots(5) \\ v_o = -\frac{d\phi_o}{dt} - R_s i_o \end{cases}$$

Equation magnétique dans les axes d et q

$$\begin{pmatrix} \phi_s \\ \phi_r \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} L_{ss} & M_{sr} \\ M_{rs} & L_{rr} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} i_s \\ i_r \end{pmatrix} \dots\dots\dots(6)$$

$$\begin{cases} \phi_s = [L_{ss}]i_s + [M_{sr}]i_r \\ \phi_r = [M_{rs}]i_s + [L_{rr}]i_r \dots\dots\dots(7) \end{cases}$$

En appliquant la transformation de Park aux équations des flux on obtient après calcul :

$$\begin{pmatrix} \varphi_d \\ \varphi_q \\ \varphi_o \\ \varphi_f \\ \varphi_D \\ \varphi_Q \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} L_d & 0 & 0 & M_{af} & M_{aD} & 0 \\ 0 & L_q & 0 & 0 & 0 & M_{aq} \\ 0 & 0 & L_o & 0 & 0 & 0 \\ \frac{3}{2}M_{af} & 0 & 0 & L_f & M_{fD} & 0 \\ \frac{3}{2}M_{aD} & 0 & 0 & M_{fD} & L_D & 0 \\ 0 & \frac{3}{2}M_{aq} & 0 & 0 & 0 & L_Q \end{bmatrix} \begin{pmatrix} i_d \\ i_q \\ i_o \\ i_f \\ i_D \\ i_Q \end{pmatrix} \dots\dots\dots(8)$$

7. Inductance opérationnelle de la machine

Nous appliquons la transformée de Laplace aux variations des tensions, courants et flux en remplaçant l'opérateur $\frac{d}{dt}$ par la variable « p » et en tenant compte de $\omega_r = \omega$ les systèmes d'équations statorique dans le repère dq et aux équations de tension rotorique DQ:

$$\begin{cases} v_d = -p\varphi_d - \omega\varphi_q - R_s i_d \\ v_q = -p\varphi_q - \omega\varphi_d - R_s i_q \end{cases} \dots\dots\dots(9)$$

$$\begin{cases} v_f = p\varphi_f + R_f i_f \\ 0 = p\varphi_D + R_D i_D \\ 0 = p\varphi_Q + R_Q i_Q \end{cases} \dots\dots\dots(10)$$

En utilisant les équations magnétiques on peut écrire sous forme matricielle le système d'équation suivant :

Sur l'axe direct « d » $\begin{bmatrix} \varphi_d \\ \frac{v_f}{p} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_d & M_{af} & M_{aD} \\ M_{af} & \frac{R_f}{p} + L_f & M_{fD} \\ M_{aD} & M_{fD} & \frac{R_D}{p} + L_D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_f \\ i_D \end{bmatrix} \dots\dots\dots(11)$

Sur l'axe quadrature « q » $\begin{bmatrix} \varphi_q \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_q & M_{aq} \\ M_{aq} & \frac{R_Q}{p} + L_Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_q \\ i_Q \end{bmatrix} \dots\dots\dots(12)$

Le plus souvent on s'intéresse aux grandeurs statoriques en vue de la résoudre le système on est donc amené à réduire système avec l'élimination des grandeurs i_f et i_D et i_Q .

Après l'élimination des grandeurs de l'inducteur, on aura :

$$\begin{cases} \varphi_d = L_d(p)i_d + g(p)v_f \\ \varphi_q = L_q(p)i_q \end{cases} \dots\dots\dots(13)$$

Tels que :

$$\begin{cases} L_d(p) = \frac{X_d (1+T'_d p)(1+T''_d p)}{\omega (1+T'_p p)(1+T''_p p)} \\ g(p) = \frac{M_{af}}{R_f} \frac{(1+T_D p)}{(1+T'_{do} p)(1+T''_{do} p)} \dots\dots\dots(14) \\ L_q(p) = \frac{X_q (1+T'_q p)}{\omega (1+T'_{qo} p)} \end{cases}$$

Les constantes de temps T'_d et T'_{do} dites « subtransitoires » sont de l'ordre de 1s ou plus. Les constantes de temps T''_d , T''_{do} et T_D dites « subtransitoires » sont de l'ordre de 0.1 s ou moins.

De ce fait, les régimes à variation relativement lente (fréquence de l'ordre de 1Hz) font intervenir la réactance transitoire d'axe direct

$$X'_d = X_d \frac{T'_d}{T'_{do}}$$

Les régimes à variation rapide font intervenir en plus la réactance subtransitoire d'axe direct

$$X''_d = X_d \frac{T''_d}{T''_{do}}$$

Les constantes de temps T''_q et T''_{qo} subtransitoires sont de même ordre que T''_d et T''_{do} , et on peut leur associer la réactance subtransitoire d'axe en quadrature.

$$X''_q = X_q \frac{T''_q}{T''_{qo}}$$

8. Régimes transitoires de la machine synchrone

Les calculs relatifs aux régimes transitoires des machines synchrones sont généralement longs même dans les cas les plus simples. L'application de la perturbation aux équations de la machine permet à écrire :

$$\begin{cases} \Delta v_d(p) = -p\Delta\varphi_d(p) - \omega\Delta\varphi_q(p) - R_s\Delta i_d(p) \\ \Delta v_q(p) = -p\Delta\varphi_q(p) - \omega\Delta\varphi_d(p) - R_s\Delta i_q(p) \dots\dots\dots(16) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Delta V_f(p) = p\Delta\varphi_f(p) + R_f\Delta i_f(p) \\ 0 = p\Delta\varphi_D(p) + R_D\Delta i_D(p) \\ 0 = p\Delta\varphi_Q(p) + R_Q\Delta i_Q(p) \end{cases} \dots\dots\dots(17)$$

En utilisant les inductances opérationnelles :

$$\begin{cases} \Delta\varphi_d(p) = L_d(p)\Delta i_d(p) + g(p)\Delta v_f(p) \\ \Delta\varphi_q(p) = L_q(p)\Delta i_q(p) \end{cases} \dots\dots\dots(18)$$

Remplaçons les expressions de $\Delta\varphi_d(p)$ et $\Delta\varphi_q(p)$ dans l'expression de $\Delta v_d(p)$ et $\Delta v_q(p)$ on obtient :

$$\begin{cases} \Delta v_d(p) = -p[L_d(p)\Delta i_d(p) + g(p)\Delta v_f(p)] - \omega[L_q(p)\Delta i_q(p)] - R_s\Delta i_d(p) \\ \Delta v_q(p) = -p[L_q(p)\Delta i_q(p)] - \omega[L_d(p)\Delta i_d(p) + g(p)\Delta v_f(p)] - R_s\Delta i_q(p) \end{cases} \dots\dots\dots(19)$$

$$\begin{cases} \Delta v_d(p) = -(R_s + pL_d(p))\Delta i_d(p) - \omega L_q(p)\Delta i_q(p) + pg(p)\Delta v_f(p) \\ \Delta v_q(p) = -(R_s + pL_q(p))\Delta i_q(p) + \omega L_d(p)\Delta i_d(p) + \omega g(p)\Delta v_f(p) \end{cases} \dots\dots\dots(20)$$

Ce système peut être résolu en connaissant les paramètres initiaux avant l'application de la perturbation :

9. Régime transitoire de court-circuit triphasé à vide

Ce régime est très couramment utilisé à titre d'essai, en enregistrant l'évolution des courants au cours du temps, car l'analyse des allures de courants permet de calculer les principaux paramètres (réactances et constantes de temps), il fournit donc un procédé de détermination expérimentale des paramètres nécessaires à l'étude des phénomènes transitoires. Un court-circuit triphasé brusque entre phases annule brusquement les trois tensions statoriques v_a , v_b et v_c , donc les tensions v_d et v_q et la tension d'excitation v_f reste invariante.

- Détermination des valeurs initiales

La machine avant la perturbation était à vide, donc tous les courants sont nuls ($i_{d0} = i_{q0} = 0$) par conséquence :

$$\begin{cases} v_d(p) = 0 \\ v_q(p) = e \end{cases} \dots\dots\dots(21)$$

D'où

$$\begin{cases} \Delta v_d(p) = 0 - 0 = 0 \\ \Delta v_q(p) = 0 - \frac{e}{p} = -\frac{e}{p} \dots \dots \dots (22) \\ \Delta v_f(p) = \frac{v_f}{p} - \frac{v_f}{p} = 0 \end{cases}$$

En remplaçant :

$$\begin{cases} 0 = -(R_s + pL_d(p))\Delta i_d(p) - \omega L_q(p)\Delta i_q(p) \\ -\frac{e}{p} = -(R_s + pL_q(p))\Delta i_q(p) + \omega L_d(p)\Delta i_d(p) \dots \dots \dots (23) \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{e}{p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(R_s + pL_d(p)) & -\omega L_q(p) \\ \omega L_d(p) & -(R_s + pL_q(p)) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta i_d(p) \\ \Delta i_q(p) \end{bmatrix} \dots \dots \dots (24)$$

La résolution de ce système d'équation fournit $\Delta i_d(p)$ et $\Delta i_q(p)$

Le problème inverse est exprimé comme suit :

$$\begin{bmatrix} \Delta i_d(p) \\ \Delta i_q(p) \end{bmatrix} = \frac{\begin{bmatrix} -(R_s + pL_d(p)) & -\omega L_q(p) \\ \omega L_d(p) & -(R_s + pL_q(p)) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{e}{p} \end{bmatrix}}{(R_s + pL_d(p))(R_s + pL_q(p)) + \omega^2 L_d(p)L_q(p)} \dots \dots \dots (25)$$

Les ordres de grandeurs mis en jeu permettent de simplifier considérablement les calculs.

Le déterminant D est exprimé par :

$$\begin{aligned} D &= (R_s + pL_d(p))(R_s + pL_q(p)) + \omega^2 L_d(p)L_q(p) \\ &= L_d(p)L_q(p) \left[\left(\frac{R_s}{L_d(p)} + p \right) \left(\frac{R_s}{L_q(p)} + p \right) + \omega^2 \right] \\ D &= L_d(p)L_q(p) \left[p^2 + pR_s \left(\frac{1}{L_d(p)} + \frac{1}{L_q(p)} \right) + \frac{R_s^2}{L_d(p)L_q(p)} + \omega^2 \right] \dots \dots \dots (26) \end{aligned}$$

Cette expression du déterminant peut être simplifiée en raison de faible valeur de R_s et le

Terme $\frac{R_s^2}{L_d(p)L_q(p)}$ est toujours négligeable devant ω^2 .

On pose :

$$\alpha = \frac{\omega R_s}{2} \left(\frac{1}{X_d''} + \frac{1}{X_q''} \right) = \frac{1}{T_a}$$

α est le coefficient d'amortissement d'induit (en présence des enroulement du rotor en court-circuit) et T_a est la constante du temps d'induit.

Le déterminant s'écrit alors :

$$D = L_d(p)L_q(p)[p^2 + 2\alpha p + \omega^2]$$

$$D = \frac{X_d X_d}{\omega^2} \frac{(1 + T'_d p)(1 + T''_d p)(1 + T''_q p)}{(1 + T'_{do} p)(1 + T''_{do} p)(1 + T''_{qo} p)} [p^2 + 2\alpha p + \omega^2]$$

En observant le numérateur, on doit s'attendre à voir apparaitre dans les expressions de $\Delta i_d(p)$ et $\Delta i_q(p)$.

- Des exponentielles amorties avec des constantes de temps T'_d , T''_d et T''_q
- Des exponentielles amorties de pseudo-pulsation ω et de décrément α

La décomposition des fractions rationnelles en éléments simples est facilitée par les simplifications autorisées par les ordres de grandeurs suivantes :

$$\left(\frac{1}{T'_{do}} \text{ et } \frac{1}{T'_d} \right) \ll \left(\frac{1}{T''_d}, \frac{1}{T''_{do}}, \frac{1}{T''_q}, \frac{1}{T''_{qo}} \text{ et } \frac{1}{T_d} \right)$$

On sait que le régime initial est un fonctionnement à vide, donc tous les courant initiaux sont nuls et les variations Δ sont égaux aux courant cherchés ; il vient :

$$i_d(t) = -e \left[\frac{1}{X_d} + \left(\frac{1}{X'_d} - \frac{1}{X_d} \right) e^{-\frac{t}{T'_d}} + \left(\frac{1}{X''_d} - \frac{1}{X'_d} \right) e^{-\frac{t}{T''_d}} \right] + \frac{e}{X''_d} e^{-\alpha t} \cos(\omega t)$$

$$i_q(t) = \frac{e}{X''_q} e^{-\alpha t} \sin(\omega t)$$

Le terme T''_{qo} a été négligé dans ce cas.

Les courants dans les phases sont obtenus en utilisant la transformée de Park inverse, vient :

$$i_a(t) = -e \left[\frac{1}{X_d} + \left(\frac{1}{X'_d} - \frac{1}{X_d} \right) e^{-\frac{t}{T'_d}} + \left(\frac{1}{X''_d} - \frac{1}{X'_d} \right) e^{-\frac{t}{T''_d}} \right] \cos(\omega t) + \frac{e}{2} \left(\frac{1}{X''_d} + \frac{1}{X''_q} \right) e^{-\alpha t} + \frac{e}{2} \left(\frac{1}{X''_d} - \frac{1}{X''_q} \right) e^{-\alpha t} \cos(2\omega t)$$

$$i_b(t) = -e \left[\frac{1}{X_d} + \left(\frac{1}{X'_d} - \frac{1}{X_d} \right) e^{-\frac{t}{T'_d}} + \left(\frac{1}{X''_d} - \frac{1}{X'_d} \right) e^{-\frac{t}{T''_d}} \right] \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) + \frac{e}{2} \left(\frac{1}{X''_d} + \frac{1}{X''_q} \right) e^{-\alpha t} + \frac{e}{2} \left(\frac{1}{X''_d} - \frac{1}{X''_q} \right) e^{-\alpha t} \cos\left(2\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$i_c(t) = -e \left[\frac{1}{x_d} + \left(\frac{1}{x'_d} - \frac{1}{x_d} \right) e^{-\frac{t}{T'_d}} + \left(\frac{1}{x''_d} - \frac{1}{x'_d} \right) e^{-\frac{t}{T''_d}} \right] \cos \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} \right) + \frac{e}{2} \left(\frac{1}{x'_d} + \frac{1}{x''_d} \right) e^{-\alpha t} + \frac{e}{2} \left(\frac{1}{x'_d} - \frac{1}{x''_d} \right) e^{-\alpha t} \cos \left(2\omega t - \frac{4\pi}{3} \right)$$

Les allures des trois courants sont données ci-dessous

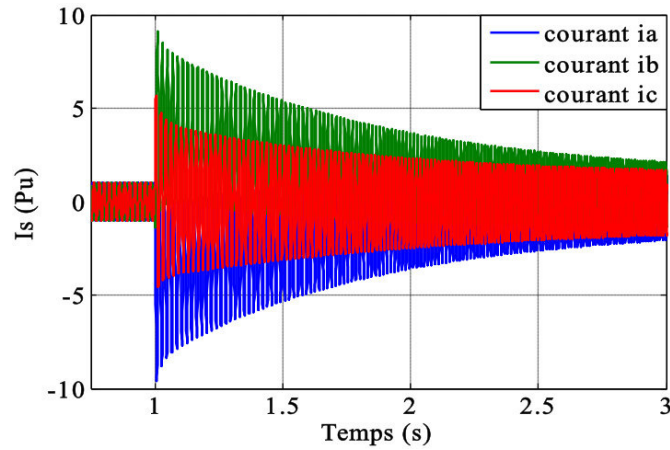


Figure 3 Courants i_{abc} lors d'un court-circuit triphasé

La méthode d'analyse utilisée dans ce chapitre pour la machines synchrones, permet de résoudre, soit par des calculs analytiques, soit en utilisant des auxiliaires de calcul (Matlab) , un grand nombre de problèmes de régimes transitoires tels que:

- Perturbations brusques aux bornes de la machine (par exemple courts-circuits triphasés) ;
- Petites oscillations autour d'un régime permanent synchrone intervenant dans les problèmes de résonance, de réglage de tension ou de vitesse, de stabilité statique. Oscillations de grande amplitude intervenant dans les problèmes de stabilité transitoire ;
- fonctionnement asynchrone des machines synchrones.

Références Bibliographiques

- [1] **IFFOUZAR Koussaila**, Etude et contrôle des machines asynchrone polyphasées en régime normal et dégradé, application dans un système embarqué. Thèse de Doctorat de l'Université de Bejaia, 2016.
- [2] **P. Barret**, "Régimes transitoires des machines tournantes électriques," 1987.
- [3] **I. Boldea and S. A. Nasar**, The induction machine handbook: CRC press, 2010.
- [4] **M. Pavella and P. Murthy**, "Transient stability of power systems: theory and practice," 1994.